

بسم الله الرحمن الرحيم

المادة: الفيزياء العامة

الفصل الدراسي: الثاني

المرحلة: الأولى

نوع الدراسة: الصباحي والمسائي

تدريسي المادة: م.د. قحطان عدنان حسين

جامعة المثنى

كلية التربية الأساسية

قسم العلوم

مقدمة عن المادة

مثل علم الفيزياء الركيزة الأساسية لفهم الكون وتفسير الظواهر الطبيعية، فهو العلم الذي يبحث في المادة، والطاقة، والآليات المحكومة بالقوانين الرياضية الصارمة. وتأتي مادة الفيزياء العامة لتقدم المدخل الأساسي والقاعدة الصلبة لطلبة العلوم والهندسة من خلال ربط المفاهيم النظرية بالاستنتاج الرياضي والتطبيق العملي. وتركز المادة على محاور رئيسية تشمل تحليل المتجهات، وعلم وصف الحركة (الهندسة الحركية) كالمقذوفات والسقوط الحر، والديناميكا الدورانية، وقوانين حفظ الزخم والتصادمات. وتهدف دراستها تجريبياً ونظرياً إلى تنمية مهارات التفكير التحليلي والمنطقي، وتمكين الطالب من تحويل الملاحظات المختبرية لبيانات ورسوم بيانية مبرهنة بدقة وعلمية.

أولاً: مفردات المادة

الأسبوع	الساعات	مخرجات التعلم المطلوبة	اسم الوحدة او الموضوع	طريقة التعلم	طريقة التقييم
الاول	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	مقدمة	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة
الثاني	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	القياس : الوحدات الأساسية والمشتقة – النظام الدولي للوحدات	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة
الثالث	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	الكميات الاتجاهية والعديدية	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة
الرابع	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	المتجهات : مفهومها وتمثيلها البياني – جمع وطرح المتجهات الضرب العددي و ألاتجاهي	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة
الخامس	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	المحصلة والمعادلة	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة
السادس	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	مفاهيم في الحركة الخطية - قوانين نيوتن في الحركة — —	محاضرة ورقية + PDF	
السابع	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	الزخم – حفظ الزخم – التصادم	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة
الثامن	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	الشغل والقدرة	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة
التاسع	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	الطاقة وأنواعها	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + اسئلة

العاشر	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	حركة الأجسام في مجال الجاذبية الأرضية – قانون الجذب العام والكتلة –	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + أسئلة
الحادي عشر	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	حركة الأجسام والسقوط الحر	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + أسئلة
الثاني عشر	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	المقذوفات السطح المائل	محاضرة ورقية + PDF	مناقشة + أسئلة
الثالث عشر	2 نظري + 2 عملي	الفيزياء العامة	الاحتكاك – ومعامل الاحتكاك.	محاضرة ورقية + PDF	

ثانياً: المصادر والمراجع

- الفيزياء للصف الأول جيولوجي – عبد الستار جواد
- الفيزياء لطلبة علوم الأرض – فاروق عيودي ومؤيد عبد الله
- الفيزياء العامة لغير الفيزيائيين – عبد السلام عبد الامير وعبد الكريم

ثالثاً: اهداف المادة

- تزويد الطلبة بالمفاهيم الأساسية في الفيزياء.
- تعلم الطالب فوائد علم الفيزياء وحركة الاجسام وكيفية تطبيقها عمليا في المختبر.
- إعطاء الطالب معلومات كافية في فهم وحدات القياس الأساسية المعتمدة.
- تدريب الطلبة على فهم المجالات المعرفية للفيزياء.
- رفع دافعية الطلبة لتدريس العلوم.
- أن يكتسب الطلاب معرفةً بمفاهيم علم الفيزياء.
- دراسة الظواهر الفيزيائية والتي تهدف إلى أن يكتسب الطلاب معرفة بها.
- علاقة الفيزياء بحياتنا اليومية وما يحدث من حولنا.

المحاضرة الاولى

القياسات في الفيزياء

إن أفضل من عبر عن أهمية القياس الدقيق في الفيزياء هو العالم البريطاني اللورد كلفن في رأي ماثور له نقتطف منه : (غالبا ما أقول إنك عندما تستطيع قياس ما تتحدث عنه وتعبر عنه بالأرقام ، فإنك تعلم شيئا عنه ، لكن عندما لا تستطيع أن تعبر عنه بالأرقام ، فإن معرفتك تكون من النوع الضئيل غير المرضي ، ويمكن أن يكون ذلك بداية المعرفة ، لكنك مهما يكن الأمر فننادرا ماتكون قد تقدمت في أفكارك إلى مرحلة العلم). في الفيزياء لا ينبغي فقط أن نكون قادرين على وصف الأشياء بل يجب أن نعبر عنها بالأرقام والوحدات المناسبة . وفي الواقع إن علم الفيزياء لم يكن ليصل إلى ما وصل إليه من دور ريادي في تحقيق الانجازات العلمية والتكنولوجية لو لم يكن علما مضبوطا ، وهذا لا يأتي إلا من القياسات الدقيقة . وفي الحقيقة إن القياسات الدقيقة كانت السبب الرئيسي في دعم أو دحض النظريات كما أنها كانت العامل الأساس في العديد من الاكتشافات العلمية . وهكذا تتضح أهمية القياسات في الفيزياء . إن جميع المسائل النظرية والعملية في الفيزياء تحتم التعامل مع كميات مقاسة ، لذلك يجب على الطالب إدراك أهمية القياسات الدقيقة واستيعاب دلالاتها إن قياس أي شيء يعني التعبير عنه بدلالة رقم ووحدة قياس مناسبة ومتفق عليها ، وهذه الوحدة القياسية يجب أن تكون من نفس نوع الشيء المطلوب قياسه . فمثلا المسافة بين نقطتين يجب أن تقاس بوحدة المسافة أو وحدة طول مناسبة . والفترة الزمنية بين حدثين يجب أن تقاس بوحدة زمن مناسبة . وهنالك نظم قياس عديدة إلا أن أهمها على الإطلاق هو النظام الدولي للوحدات الذي اتفق عليه عالميا في عام 1960 ومنذ ذلك الحين أصبح هذا النظام معتمدا دوليا لجميع الأغراض العلمية والتكنولوجية والصناعية والتجارية - وفق هذا النظام هنالك ست وحدات أساسية ، وهي مبينة في الجدول (1)

بالإضافة لهذه الوحدات هنالك وحدتان مكملتان هما الزاوية المستوية والزاوية المجسمة . ومن الوحدات الأساسية والمكملة يمكن اشتقاق جميع وحدات القياس في الفيزياء . وقد روعي عند وضع هذه الوحدات أن تكون لها مضاعفات وأجزاء وفق النظام العشري ليسهل ربطها بعلاقات بسيطة ولكي تكون الحسابات سهلة. والمضاعفات والأجزاء المعتمدة في النظام الدولي للوحدات هي مبينة في الجدول . (4)

الفيزياء العامة / المحاضرة الأولى

وسنقتصر في هذا الفصل على استخدام الوحدات الأساسية للطول والكتلة والزمن لأنها تسد حاجة هذا الفصل ، أما الوحدات الأخرى فسننتظر لها عند الحاجة في الفصول اللاحقة أن كل كمية في الفيزياء تقاس بدلالة واحدة فقط من هذه الوحدات تعتبر كمية أساسية . مثال ذلك المسافة بين نقطتين تقاس بالمتر وكتلة الجسم تقاس بالكيلو غرام وطول النهار يقاس بالثانية . ويفضل دائما اختيار وحدة القياس التي لا تختلف كثيرا عن الشيء المطلوب قياسه . ولهذا الغرض يمكن الاستفادة من أجزاء ومضاعفات الوحدات القياسية المبينة في الجدول (2) . فعلى سبيل المثال لا يفضل قياس طول القلم بل بأجزاء المتر كالسنتيمتر (1 متر = 100 سنتيمتر) وكذلك المسافة بين مدينتين لا يفضل أن تقاس بوحدة المتر بل بمضاعفات المتر كالكيلومتر (1 كيلومتر = 1000 متر) وكذلك يفضل قياس طول النهار بالساعات وليس بالثواني (24 ساعة = 86400 ثانية) . إن كل كمية تقاس بدلالة أكثر من وحدة واحدة من الوحدات الأساسية تعتبر كمية مشتقة مثال ذلك المساحة السطحية لأي جسم تقاس بالمتر المربع لأنها ناتجة من حاصل ضرب وحدة الطول في نفسها ، وسرعة الجسم تقاس بالمتر لكل ثانية وهي كمية مشتقة لأنها ناتجة عن قسمة وحدة الطول على وحدة الزمن . وكثافة المادة تقاس بالكيلو غرام لكل متر مكعب وهي لذلك كمية مشتقة أيضا لأنها ناتجة من قسمة وحدة الكتلة على وحدة الحجم وهكذا يمكن استنتاج أن جميع الكميات غير الأساسية هي كميات مشتقة لقد كان واضحا أن الوحدة المستخدمة للقياس سواء كانت أساسية أو مشتقة تدل على طبيعة الكمية المقاسة ، وعليه فإن أي مقدار رقمي مالم يكن متبوعا بوحدة قياس مناسبة فإنه يبقى رقم مجرد مجهول الهوية ، إن لم يذكر سبب ذلك . ولذلك أن يكون هناك قاعدة عامة لدى كل طالب أن يهتم بالوحدات بنفس اهتمامه بالأرقام التي تمثل الكميات التي يتعامل معها في أي مسألة يعالجها نظريا أو عمليا وفيما يأتي توضيح مفصل للوحدات الأساسية والمشتقة من الوحدات الأساسية .

جدول الوحدات الفيزيائية

وحدات القياس

النظام الدولي للوحدات

System International Unites

الوحدات العالمية (S I Units)

يتألف النظام الدولي للوحدات من:

- وحدات أساسية (جدول 1)
- وحدات مكملية (جدول 2)
- وحدات مشتقة (جدول 3 أ)
- وحدات مشتقة أطلق على بعضها أسماء خاصة (جدول 3 ب, ج)
- بادئات لتكوين المضاعفات والأجزاء العشرية (جدول 4)
- وحدات من خارج النظام الدولي للوحدات أجاز استخدامها (جدول 5)
- وحدات تستخدم مع النظام الدولي للوحدات ولا ينصح باستخدامها

*حسب المواصفة الدولية

(ايزو) رقم 1000 لعام 1992 أصبحت الوحدتان المكملتان (الراديان والستيراديان).

جدول (1): الوحدات الأساسية

الكمية	Quantity	الوحدة	SI unit	الرمز	Symbol
الطول	Length	متر	meter	م	m
الكتلة	Mass	كيلو غرام	kilogram	كجم	kg
الزمن	Time	ثانية	second	ث	s
التيار الكهربائي	Electric current	أمبير	ampere	أ	A
درجة الحرارة	Thermodynamic temperature	كلفن	kelvin	ك	K
كمية المادة	Amount of substance	مول	mole	مول	mol
شدة الإضاءة	Luminous	قنديلة	candela	قد	cd

جدول (2): الوحدات المكملية

الكمية	Quantity	الوحدة	SI unit	الرمز	Symbol
الزاوية المستوية	Plane angle	راديان	radian	راد	rad
الزاوية المجسمة	Solid angle	ستراديان	steradian	سر	sr

* تكتب الوحدة بعد ترك مسافة واحدة بينها وبين مقدار الكمية المقاسة . مثال: ل = 10 م , (L = 10 m)

جدول (3- أ): الوحدات المشتقة

Symbol	الرمز	SI unit	الوحدة	Quantity	الكمية
m ²	م ²	square meter	متر مربع	Area	المساحة
m ³	م ³	cubic meter	متر مكعب	Volume	الحجم
Kg/m ³	كجم/م ³	Kilogram/cubic meter	كيلوجرام/ المتر المكعب	density	الكثافة
m/s rad/s	م/ث ر	meter/second rad/second	متر/ثانية راد/ثانية	Angular Velocity	السرعة الخطية السرعة الزاوية
m/s ²	م/ث ²	Meter/second ²	متر/ثانية ²	Acceleration	العجلة

الكميات الأساسية تكتب بالمعادلة كرمز, هذا الرمز اختياري وقد تكتب بالمعادلة بما هو متعارف عليه ولكن رموز الكميات يجب أن تكتب كما هو موضح بالمقال دون عمل أي تغيير أو تعديل.
مثال:

حجم الغرفة يساوي 60 مترمكعب, ح أو س أو = 60 م³, (V or v or = 60 m³)

جدول (3- ب): الوحدات المشتقة الأسمية (ذات الأسماء الخاصة)

Symbol	الرمز	SI unit	الوحدة	Quantity	الكمية
Hz	هز	hertz	هرتز	Frequency	التردد
N	ن	newton	نيوتن	Force, Weight	القوة, الوزن
Pa	با	pascal	باسكال	Pressure Stress	الضغط الإجهاد
J	ج	joule	جول	Energy, Work, Heat	الطاقة, الشغل, كمية الحرارة
W	و	watt	وات	Power	القدرة
C	كل	coulomb	كولوم	Electric charge	الشحنة الكهربائية
V	ف	volt	فولت	Electric potential, Elect. pot. difference, electromotive force	الجهد الكهربائي, فرق الجهد, القوة الدافعة
F	فر	farad	فاراد	Capacitance	السعة الكهربائية
Ω	أوم	ohm	أوم	Electrical resistance	المقاومة الكهربائية
Wb	وب	weber	ويبر	Magnetic flux	التدفق المغناطيسي
T	ت	tesla	تسلا	Magnetic flux density	كثافة التدفق المغناطيس
H	هـ	henry	هنري	Inductance	الحث
lm	لم	lumen	لومن	Luminous flux	التدفق الضوئي
lx	لك	lux	لكس	Luminous emittance	شدة الإضاءة

العزم (Torque) = ن م (N m)

جدول (3- ج): مكونات الوحدات الأساسية للوحدات المشتقة الأسمية (ذات الأسماء الخاصة)

الكمية	الوحدة المستخدمة	الوحدة المستخدمة بالوحدات الأساسية
التردد	هرتز	1 هز = 1/ث
	hertz	1 Hz = 1/s
القوة	نيوتن	1 ن = 1 م/ج = 1 كجم م/ث ²
	newton	1 N = 1 J/m = 1 kg m/s ²
الضغط، الأجهاد	باسكال	1 با = 1 ن/م ² = 1 كجم/م ² ث ²
	pascal	1 Pa = 1 N/m ² = 1 kg/m s ²
الطاقة، الشغل، كمية الحرارة	جول	1 ج = 1 ن م = 1 كجم م ² /ث ²
	joule	1 J = 1 N m = 1 kg m ² /s ²
القدرة	وات	1 و = 1 ج/ث = 1 ن م/ث = 1 كجم م ² /ث ³ 1 و = 1 ف أ = 1 ف ² /أوم = 1 أ ² أوم
	watt	1 W = 1 J/s = 1 N m/s = 1 kg m ² /s ³ 1 W = 1 V A = 1 V ² /Ω = 1 A ² Ω
الجهد الكهربائي، فرق الجهد، القوة الدافعة	فولت	1 ف = 1 أ أوم = 1 و/أ = 1 كجم م ² /أ ² ث ³
	volt	1 V = 1 A Ω = 1 W/A = 1 kg m ² /A s ³
الشحنة الكهربائية	كولوم	1 كل = 1 أ ث
	coulomb	1 C = 1 A s
السعة الكهربائية	فاراد	1 فر = 1 أ ث/ف = 1 و ث/ف = 1 كل/ف = 1 ث/أوم = 1 ث ⁴ أ ² /م ² كجم
	farad	1 F = 1 A s/V = 1 W s/V ² = 1 C/V = 1 s/Ω = 1 s ⁴ A ² /m ² kg
المقاومة الكهربائية	أوم	1 أوم = 1 ف/أ = 1 كجم م ² /ث ³ أ ²
	ohm	1 Ω = 1 V/A = 1 kg m ² /s ³ A ²
التدفق المغناطيسي	فيبر	1 فب = 1 ف ث = 1 ت م ² = 1 كج م ² /ث ² أ
	weber	1 Wb = 1 V s = 1 T m ² = 1 kg m ² /s ² A
كثافة التدفق المغناطيسي	تسلا	1 ت = 1 فب/م ² = 1 ف ث/م ² = 1 كجم/أ ² ث ²
	tesla	1 T = 1 Wb/m ² = 1 V s/m ² = 1 kg/A s ²
الحث	هنري	1 ه = 1 فب/أ = 1 ف ث/أ = 1 أوم ث = 1 م ² كجم/ث ² أ ²
	henry	1 H = 1 Wb/A = 1 s ² /F = 1 Ω s = 1 m ² kg/s ² A ²
التدفق الضوئي	لومن	1 لم = 1 قد سر
	lumen	1 lm = 1 cd sr
شدة الإضاءة	لكس	1 لكس = 1 لم/م ² = 1 قد سر/م ²
	lux	1 lx = 1 lm/m ² = 1 cd sr/m ²

جدول (4): بادئات النظام الدولي SI unit prefixes

الرمز		أسم البادئة		العامل	القيمة
الدولي	العربي	الدولي	العربي		
T	ت	tera	تيرا	$(10^3)^4 = 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$	ترليون
G	ج	giga	جيجا	$(10^3)^3 = 10^9 = 1\,000\,000\,000$	مليار
M	مج	mega	ميغا	$(10^3)^2 = 10^6 = 1\,000\,000$	مليون
k	ك	kilo	كيلو	$(10^3) = 10^3 = 1\,000$	ألف
h	هـ	hecto	هكتو	$10^2 = 100$	مائة
da	دا	deca	ديكا	10	عشرة
				1	واحد
d	د	deci	ديسي	$10^{-1} = 0.1$	جزء من عشرة
c	سد	centi	سنتي	$10^{-2} = 0.01$	جزء من مائة
m	مـ	milli	ملي	$10^{-3} = 0.001$	جزء من ألف
μ	مك	micro	ميكرو	$(10^{-3})^2 = 10^{-6} = 0.000\,001$	جزء من مليون
n	نـ	nano	نانو	$(10^{-3})^3 = 10^{-9} = 0.000\,000\,001$	جزء من بليون
p	بـ	pico	بيكو	$(10^{-3})^4 = 10^{-12} = 0.000\,000\,001$	جزء من ترليون

* اسم البادئة هو رمز يكتب قبل الوحدة الدولية سواء كانت أساسية أو مشتقة أو مشتقة أسمية , تكتب دون ترك مسافة بينها وبين رمز الوحدة الذي يليها.
أمثلة:

1 كيلومتر = 1000 متر, وتكتب 1 كم (1 km)
1 ميغا بيسكال = 1 000 000 بيسكال, وتكتب 1 مجبا (1 MPa)
1 سنتي متر = 0.01 متر, وتكتب 1 سم (1 cm)

جدول (5): وحدات من خارج النظام الدولي ويسمح باستخدامها مع الوحدات العالمية

الكمية	Quantity	الوحدة	SI unit	الرمز	Symbol
الزمن	Time	دقيقة	minute	د	min
		ساعة	hour	سا	h
الزاوية المستوية	Angle	درجة	degree	°	°
		دقيقة	minute	'	'
		ثانية	second	"	"
الحجم	Volume	لتر	liter	ل	L, l
الكتلة	Mass	طن متري	tonne	طن	t
السرعة الزاوية	Angular velocity	دورة/دقيقة	rev/min	لفة/د	rev/min
الضغط	Pressure	بار	bar	بار	bar
		جوي	atm	جوي	*atm

* 1 atm pressure = 1.01325 bar = 1.01325×10^5 Pa = 1.01325×10^5 N/m²

* 1 Pa = 1 N/m² = 10^{-5} bar = 10.197×10^{-6} at = 9.8692×10^{-6} atm

وحدات تستخدم مع الوحدات العالمية ولا ينصح باستخدامها

السرعة الزاوية: rpm والبديل هو استخدام rev/min

الحجم: cc والبديل هو استخدام cm³

وحدات بمجالات متخصصة

استهلاك الوقود (Fuel consumption): L/100 km

الاستهلاك النوعي للوقود (Specific fuel consumption): kg/kW h

الحرارة النوعية (Specific heat capacity): J/kg K

الوزن النوعي (Specific weight): N/m³

الواجب اليومي والاسبوعي للمحاضرة الأولى

أولاً: الواجب اليومي

ما هو الفرق الجوهرى بين الكمية الفيزيائية الأساسية والكمية الفيزيائية المشتقة؟ مدعماً إجابتك بمثال واحد لكل منهما مع ذكر وحدات القياس الخاصة بهما وفق النظام الدولي للوحدات (SI)

الإجابة الصحيحة: الكمية الأساسية تقاس بدلالة وحدة واحدة فقط (مثل: الكتلة وتقاس بالكيلو غرام). أما الكمية المشتقة فتقاس بدلالة أكثر من وحدة أساسية نتيجة ضربها أو قسمتها (مثل: السرعة وتقاس بالمتري لكل ثانية).

ثانياً الواجب الأسبوعي

تم قياس ضغط غاز داخل منظومة تجريبية فُوجِد أنه يساوي (2.5bar)، وتبين أن حجم الغرفة التي تُجرى فيها التجربة هو (60m³) بناءً على ما درست في جداول الأنظمة والبادئات الدولية:

- حوّل قيمة الضغط المقاسة من وحدة) بار (إلى وحدة الباسكال (Pa) الدولية موضحاً خطوات الحل الرياضية .
- استخدم البادئات العشرية المناسبة للتعبير عن حجم الغرفة (60m³) بوحدة السنتيمتر المكعب (cm³) ، مبيناً لماذا لا ينصح النظام الدولي باستخدام وحدة الـ (cc) كبديل لها.

معيّار الإجابة الصحيحة للمراجعة:

1 الضغط: بما أن $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ، فإن الضغط يساوي:

PDF

$$2.5 \times 10^5 = 250,000 \text{ Pa}$$

2 الحجم: التحويل من المتر المكعب إلى السنتيمتر المكعب يتطلب الضرب في 10^6 (لأن $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ والكل تكعيب):

PDF

$$60 \times 10^6 = 60,000,000 \text{ cm}^3$$

ولا ينصح باستخدام (cc) لأن المواصفات الدولية تفضل الاعتماد الصريح على أجزاء ومضاعفات المتر المكعب المشتقة مباشرة من النظام الدولي (SI) لتوحيد الحسابات وسهولتها.

المحاضرة الثانية

المتجهات Vectors

١-٢ الكميات القياسية والكميات المتجهة

٢-٢ متجهات الوحدة

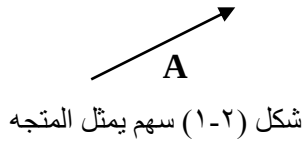
٣-٢ تحليل المتجهات

٤-٢ محصلة المتجهات

١-٢ الكميات القياسية والكميات المتجهة Scalars and vectors

الكميات الفيزيائية نوعان:

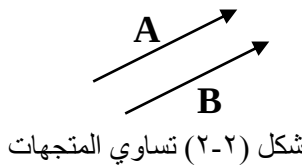
- أ- **الكميات القياسية:** هي كميات فيزيائية غير متجهة يتم تعيينها تماماً إذا عرف مقدارها فقط .
ومن أمثلة الكميات الغير متجهة الكتلة ، الزمن ، الطول ، درجة الحرارة والطاقة وجميعها كميات قياسية.
- ب- **الكميات المتجهة:** هي كميات فيزيائية متجهة يتم تعيينها تماماً إذا عرف مقدارها واتجاهها .
يمكن تمييز الكمية المتجهة عن الكمية القياسية وذلك بكتابة المتجه بخط عريض **A** كما هو مستخدم في الكتب أو بوضع إشارة سهم أعلى الرمز **A** كما هو الحال في الكتابة اليدوية $\vec{A}$. أما الكمية القياسية أو ما يُعرف بقيمة المتجه **A** مثلاً فيعبر عنه بالرمز **A** أو $|\mathbf{A}|$ أو $|\vec{A}|$.



ومن الأمثلة على الكميات المتجهة الإزاحة والسرعة والعجلة والقوة وكمية الحركة . ويلزم تحديد اتجاه الإزاحة والسرعة والقوة بالإضافة لعدد الوحدات في كل مقدار لكي تتعرف تماماً . وتستخدم عادةً الطرق الهندسية في تمثيل الكمية المتجهة حيث يمثل المتجه بيانياً بسهم يتناسب طوله طردياً مع مقدار المتجه واتجاهه يمثل اتجاه المتجه شكل (١-٢) .

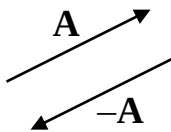
خواص المتجهات:

• تساوي المتجهات:



إن المتجهين **A** ، **B** متساويان إذا كان لهما نفس المقدار ونفس الاتجاه (ونفس الوحدة إن وجدت) ، أي أن $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ إذا كان مقدار **A** يساوي مقدار **B** وكان السهم الممثل للمتجه **A** يوازي السهم الممثل للمتجه **B** شكل (٢-٢) .

• سالب المتجه:



إذا أعطينا المتجه **A** فإن $-\mathbf{A}$ هو متجه مساوٍ له في المقدار ويعاكسه في الاتجاه شكل (٣-٢) .

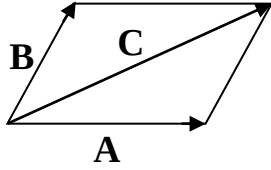
• جمع المتجهات:

عند جمع المتجهات يجب أن تكون هذه المتجهات من نفس النوع فلا يمكن مثلاً أن نجمع متجه قوة إلى متجه سرعة لاختلافهما في الأبعاد. وذلك ينطبق أيضاً عند جمع الكميات القياسية.

إيجاد محصلة مجموعة من المتجهات:

- ١- إذا كانت جميعها تعمل على خط واحد فإنها تجمع جبرياً بإشاراتهما وذلك بعد اختيار اتجاه معيناً يكون موجباً . وإذا تساوى مقدار متجهين وتضادا اتجاهاً كان محصلتهما تساوي صفر.
- ٢- إذا لم يكن خط تأثير المتجهات واحداً فإننا نوجد محصلتها بإحدى طريقتين:

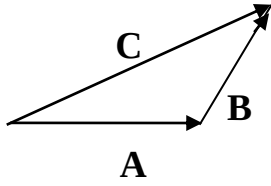
أ- طريقة متوازي الأضلاع:



شكل (٤-٢) محصلة متجهين
بطريقة متوازي الأضلاع

حاصل جمع المتجهين A و B هو متجه C ، ويسمى عادةً بالمحصلة (Resultant) . ولإجراء عملية الجمع نقوم برسم أحد المتجهين أولاً وليكن A بمقياس رسم مناسب ، ثم من بداية المتجه A نرسم المتجه B بنفس مقياس الرسم ثم نكمل رسم متوازي الأضلاع فتكون المحصلة هي قطر متوازي الأضلاع الذي ضلعاها المتجاوران هما المتجهان A و B . كما هو موضح في الشكل (٤-٢).

ب- طريقة المثلث:

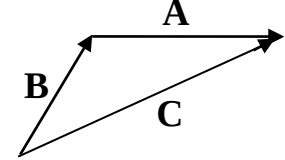


شكل (٥-٢) محصلة متجهين
بطريقة المثلث $A+B$

لإجراء عملية الجمع بطريقة المثلث نقوم برسم أحد المتجهين أولاً وليكن A بمقياس رسم مناسب ، ثم من رأس المتجه A نرسم المتجه B فتكون المحصلة C هي المتجه الذي يبدأ من بداية المتجه A وينتهي عند رأس المتجه B كما في الشكل (٥-٢) .

ويمكن التعبير رياضياً عن عملية الجمع في كلتي الطريقتين بالمعادلة (2-1).

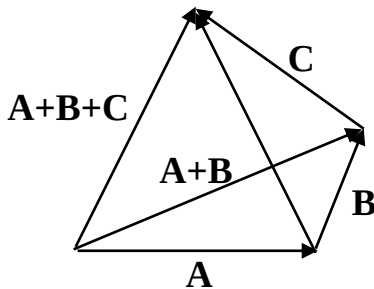
$$C = A + B \quad (2-1)$$



شكل (٦-٢) محصلة متجهين
بطريقة المثلث $B+A$

لنفرض أننا بدأنا عملية الجمع بأخذ المتجه B أولاً ثم جمعنا إليه المتجه A أي قمنا بعملية الجمع $B+A$ يتضح من الشكل (٦-٢) أننا نحصل على نفس المتجه C وبذلك نستطيع أن نكتب :

$$A + B = B + A \quad (2-2)$$



شكل (٧-٢) محصلة ثلاث
متجهات بطريقة المثلث

وتسمى هذه النتيجة بقانون التبادل للجمع .

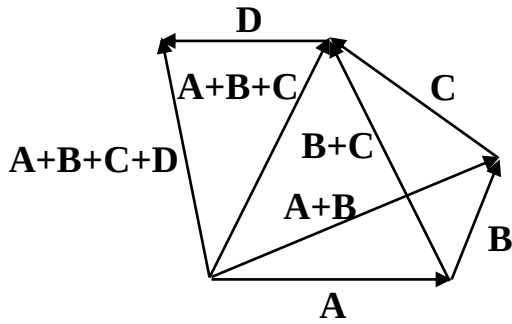
يمكن تطبيق طريقة المثلث لجمع أكثر من متجهين ، فمثلاً المتجهات الثلاث A و B و C يمكن جمعها كما هو مبين في الشكل (٧-٢).

ويمكن التعبير عن هذه النتيجة رياضياً بالمعادلة

$$(A + B) + C = A + (B + C) \quad (2-3)$$

وتسمى هذه المعادلة بقانون الترافق للجمع .

كذلك يمكن تعميم طريقة المثلث للجمع لتشمل أكثر من ثلاث متجهات فإذا فرضنا أن هناك أربع متجهات A و B و C و D فإننا نرسم الواحد تلو الآخر كما في الشكل (٨-٢)، وبتطبيق قاعدة المثلث للجمع ثلاث مرات متتالية نجد أن المحصلة هي:

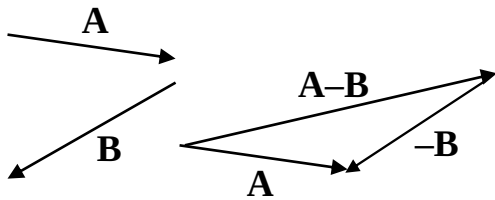


شكل (٨-٢) محصلة عدة متجهات بطريقة المثلث

$$R = A + B + C + D \quad (2-4)$$

و تبدأ من بداية المتجه A وتنتهي عند رأس المتجه D أي أن المحصلة هي الضلع الذي يقفل المضلع ولكن بالاتجاه المعاكس لدورة المتجهات الأربعة.

• طرح المتجهات:



شكل (٩-٢) طرح المتجهات

إن عملية طرح المتجهات شبيهة بعملية جمع المتجهات ، فمثلاً $A - B$ هو متجه جديد C ولتحديد المتجه C نقوم برسم المتجه A أولاً ومن رأس هذا المتجه نرسم سهماً موازياً ومعاكساً في الاتجاه للمتجه B . إن هذا السهم يمثل المتجه $-B$ ، وبذلك تكون المحصلة C هي المتجه الذي يبدأ من بداية المتجه A وينتهي عند رأس المتجه $-B$ - شكل (٩-٢). تمثل هذه العملية رياضياً بالمعادلة (2-5) .

$$C = A - B \quad (2-5)$$

• ضرب المتجهات:

هناك نوعين من ضرب المتجهات هما : الضرب النقطي والضرب الاتجاهي وسنتحدث عنهم بالتفصيل خلال حل الامثلة.

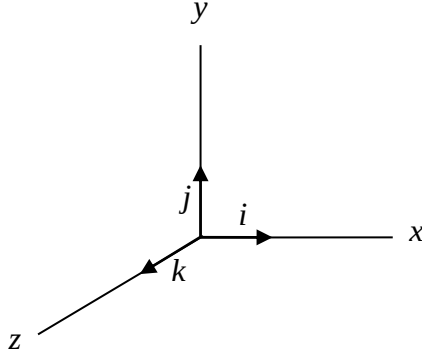
ايضا يمكن ضرب المتجه بكمية قياسية فمثلاً $2A$ تعني متجه جديد مقداره $2A$ واتجاهه هو نفس اتجاه A وبصورة عامة فإن ضرب المتجه A بالكمية القياسية c يعطي المتجه cA واتجاهه هو نفس اتجاه A إذا كانت الكمية القياسية c موجبة. وعكس اتجاه A إذا كانت الكمية القياسية c سالبة.

من الأمثلة الفيزيائية على ضرب المتجه بكمية قياسية الزخم الخطي (كمية التحرك الخطية) P وهو حاصل ضرب الكتلة m في متجه السرعة v ويعطي بالعلاقة (2-6).

$$P = m v \quad (2-6)$$

متجه الوحدة هو متجه له اتجاه معين وقيمته هي الوحدة (Unity) ، وليس له وحدة قياس أو بُعد.

يوجد ثلاث متجهات وحدة في نظام الإحداثيات الكارتيزية (الديكارتية) هي i و j و k (يدويًا تكتب $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ ، $\hat{k}$) حيث أن هذه المتجهات تشير إلى الاتجاه الموجب للمحاور x و y و z على الترتيب كما هو موضح في الشكل



شكل (١٠-٢) متجهات الوحدة i و j و k تتجه في الاتجاه الموجب للمحاور الثلاثة x و y و z على الترتيب

(١٠-٢) ، فمثلاً إذا كان المتجه A يتجه باتجاه x الموجب وقيمته A و B

يتجه باتجاه y الموجب وقيمته B و C باتجاه z الموجب وقيمته C فإن هذا المتجهات تكتب على الترتيب بالصورة الاتجاهية التالية :

$$A = A i, B = B j, C = C k \quad (2-7)$$

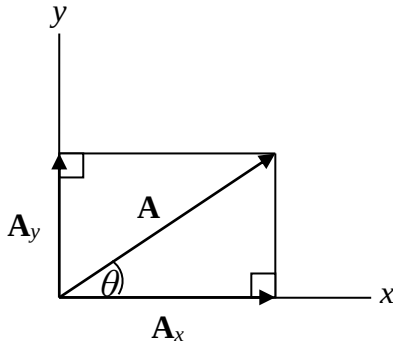
ملاحظة : وجود الإشارة السالبة أمام أي متجه وحدة يدل على الاتجاه

المعاكس فمثلاً $-i$ تشير إلى الاتجاه السالب لمحور x .

٣-٢ تحليل المتجهات Analysis of vectors

يمكن تحليل أي متجه A واقع في المستوى xy إلى متجهين

متعامدين ، الأول موازي لمحور x (A_x) والآخر موازي لمحور y (A_y) وتكون محصلتهما هي نفس المتجه A :



شكل (2-1) تحليل المتجه A إلى مركبتين متعامدتين

$$A = A_x i + A_y j \quad (2-7)$$

فإذا كان المتجه A يصنع زاوية مقدارها θ مع الاتجاه الموجب

لمحور x كما هو بالشكل (١١-٢) وأسقطنا من رأس المتجه A

عمودين على المحورين x و y فإن الكميتين A_x و A_y هما مركبتا المتجه A ومن الشكل نجد أن :

$$A_x = A \cos \theta, A_y = A \sin \theta \quad (2-8)$$

• إن المركبتين A_x و A_y أرقام يمكن أن تكون موجبه أو سالبه (أو صفر) و تسمى عملية إيجادهما بتحليل المتجه إلى مركباته .

• إن المركبتين A_x و A_y تشكلان ضلعين من مثلث قائم الزاوية بينما يشكل A وتر هذا المثلث و بتطبيق

نظرية فيثاغورث نجد أن قيمة المتجه A تعطى كما في المعادلة (2-9) :

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 \quad (2-9)$$

ومن الشكل (2-1) نجد أن

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \quad (2-10)$$

2	1
A_x سالبة	A_x موجبة
A_y موجبة	A_y موجبة
A_x سالبة	A_x موجبة
A_y سالبة	A_y سالبة
3	4

وعند حلها لإيجاد قيمة θ فإننا نكتب

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \quad (2-11)$$

المعادلة (2-11) تقرأ θ تساوي الزاوية التي ظلها $\frac{A_y}{A_x}$ ، وتعتبر قيمه θ

المسئولة عن تحديد إشارات المركبات A_x و A_y لأن الزاوية θ تحدد الربع الذي يقع فيه المتجه A . الشكل (١٢-٢) يلخص إشارات المركبات في كل ربع.

شكل (١٢-٢) إشارة المركبات
حسب الربع الذي يقع فيه المتجه

❖ التطبيقات العملية للكميات العددية والاتجاهية

أ. التطبيقات على الكميات العددية:

- قياس الكتلة عند شراء الفواكه والخضروات.
- تحديد درجة الحرارة عند توقعات الطقس.
- حساب الطاقة الكهربائية المستهلكة في المنزل.

ب. التطبيقات على الكميات الاتجاهية:

- تحديد مسار الطائرة بناءً على السرعة والاتجاه.
- حساب القوة المؤثرة على جسم عند السحب أو الدفع.
- حساب المركبات الأفقية والعمودية للقوى في الهندسة الميكانيكية.

❖ السرعة العددية (Speed) و السرعة الاتجاهية (Velocity)

• السرعة العددية (Speed) –

السرعة في صورتها العددية تُعرف بأنها مقدار المسافة المقطوعة لكل وحدة زمن، دون

الاهتمام باتجاه الحركة. يتم التعبير عنها فقط بالمقدار والوحدة، مثل: ٥٠ كم/ساعة أي لا

تحتاج إلى اتجاه معين، لذا فهي كمية عددية (Scalar Quantity).

مثال: إذا قطعت سيارة مسافة ١٠٠ كم في ساعتين، فإن السرعة العددية هي:

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{100}{2 \text{ ساعة}} = 50 \text{ كم/ساعة (لا تعبر عن الاتجاه، لذا فهي عددية).}$$

• السرعة الاتجاهية (Velocity)

السرعة في صورتها الاتجاهية (المتجهة) تُعرف بأنها معدل الإزاحة لكل وحدة زمن،

مع تحديد الاتجاه. يتم التعبير عنها بمقدار واتجاه، مثل: ٥٠ كم/ساعة نحو الشمال.

تحتاج إلى تحديد اتجاه معين، لذا فهي كمية متجهة (Vector Quantity).

مثال: إذا تحركت سيارة ٥٠ كم شرقاً في ساعة واحدة، فإن السرعة الاتجاهية هي:

السرعة الاتجاهية = ٥٠ كم/ساعة شرقاً (بما أن الاتجاه مذكور، فهذا يجعلها كمية متجهة).

❖ الفرق الأساسي بين السرعة العددية والاتجاهية:

المقارنة	السرعة العددية (Speed)	السرعة الاتجاهية (Velocity)
التعريف	معدل التغير في المسافة	معدل التغير في الإزاحة
الحاجة إلى اتجاه	لا تحتاج إلى اتجاه	تحتاج إلى اتجاه
النوع	كمية عددية (Scalar)	كمية متجهة (Vector)
العمليات الحسابية	تُجمع حسابياً كالأعداد	تحتاج إلى قوانين المتجهات عند الجمع
التأثير في الحركة	تعطي فقط معلومات عن مقدار السرعة	تعطي معلومات عن مقدار السرعة واتجاهها

❖ ملاحظة:

• إذا كانت الحركة في خط مستقيم وفي اتجاه واحد فقط، فإن السرعة العددية والسرعة

الاتجاهية تكونان متساويتين في المقدار.

• إذا غيّرت السيارة اتجاهها (حتى لو لم يتغير مقدار السرعة)، فإن السرعة الاتجاهية

تتغير، بينما السرعة العددية تبقى ثابتة.

❖ الفرق بين المسافة والإزاحة

المسافة والإزاحة كلاهما يُستخدمان لوصف الحركة، ولكنهما يختلفان في المفهوم الرياضي والفيزيائي، حيث أن المسافة كمية عددية (Scalar) بينما الإزاحة كمية متجهة (Vector).

• المسافة (Distance)

١. المسافة هي إجمالي طول المسار الذي يقطعه الجسم أثناء حركته، بغض النظر عن الاتجاه.
٢. تُقاس بوحدة المتر (m) في النظام الدولي للوحدات (SI).
٣. هي كمية عددية، أي تُحدد بالمقدار فقط دون اتجاه.
٤. لا يمكن أن تكون سالبة، فهي دائماً موجبة أو صفر.

مثال:

إذا تحرك شخص ٥ أمتار شرقاً ثم ٣ أمتار غرباً، فإن المسافة المقطوعة تساوي:

$$٨ = ٣ + ٥ \text{ أمتار}$$

(لا نهتم بالاتجاه، فقط بجمع المسافات المقطوعة).

• تعريف الإزاحة (Displacement)

١. الإزاحة هي أقصر مسافة مستقيمة بين نقطة البداية ونقطة النهاية للحركة، مع تحديد الاتجاه.
٢. تُقاس أيضاً بوحدة المتر (m).
٣. هي كمية متجهة، أي تحتاج إلى مقدار واتجاه.
٤. يمكن أن تكون موجبة أو سالبة أو صفر، حسب الاتجاه.

مثال:

إذا تحرك نفس الشخص ٥ أمتار شرقاً ثم ٣ أمتار غرباً، فإن الإزاحة تُحسب كالتالي:

$$\text{الإزاحة} = ٥ - ٣ = ٢ \text{ أمتار شرقاً}$$

(نهتم فقط بالفرق بين نقطة البداية والنهاية، مع تحديد الاتجاه).

❖ الفروق الأساسية بين المسافة والإزاحة

المقارنة	المسافة (Distance)	الإزاحة (Displacement)
التعريف	إجمالي المسافة التي يقطعها الجسم أثناء حركته	أقصر مسافة بين نقطة البداية ونقطة النهاية مع الاتجاه
النوع	كمية عددية (Scalar)	كمية متجهة (Vector)
القيم الممكنة	موجبة دائماً أو صفر	موجبة أو سالبة أو صفر
الاهتمام بالاتجاه	لا نهتم بالاتجاه	نهتم بالاتجاه
متى تكون صفراً؟	عندما لا يتحرك الجسم	عندما يعود الجسم لنقطة البداية
طريقة الحساب	بجمع كل المسافات المقطوعة	بحساب الفرق بين نقطة البداية والنهاية

مثال/ الفرق بين المسافة والإزاحة

- الحالة ١: حركة في خط مستقيم

شخص يمشي ١٠ أمتار شرقاً، ثم ٥ أمتار غرباً.

المسافة المقطوعة = $١٠ + ٥ = ١٥$ متر

الازاحة = $١٠ - ٥ = ٥$ أمتار شرقاً.

حالة ٢: حركة دائرية (العودة لنقطة البداية)

- شخص يركض حول ملعب دائري بطول ٤٠٠ متر ثم يعود إلى نقطة البداية.

المسافة المقطوعة = ٤٠٠ متر (طول المسار).

الإزاحة = ٠ متر (لأنه عاد لنقطة البداية).

المحاضرة الثالثة

٢-٤ محصلة المتجهات Resultant of vectors

تستخدم طريقه تحليل المتجهات لإيجاد محصلة مجموعة منها فإذا فرضنا مثلاً ثلاثة متجهات **A** و **B** و **C** في مستوى واحد و تصنع الزوايا θ_1 ، θ_2 ، θ_3 مع الاتجاه السيني على الترتيب فإن مركبات هذه المتجهات في الاتجاه السيني هي:

$$A_x = A \cos \theta_1 \quad , \quad B_x = B \cos \theta_2 \quad , \quad C_x = C \cos \theta_3$$

وتكون محصله هذه المركبات في الاتجاه السيني هي:

$$R_x = A_x + B_x + C_x = A \cos \theta_1 + B \cos \theta_2 + C \cos \theta_3$$

بالمثل بالنسبة للمركبات العمودية في الاتجاه الصادي تكون محصلتها

$$R_y = A_y + B_y + C_y = A \sin \theta_1 + B \sin \theta_2 + C \sin \theta_3$$

قيمة محصلة مجموعة المتجهات تكون هي نفسها محصله المركبات السينية و الصادية و تعطي بالمعادلة

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad (2-12)$$

ويمكن إيجاد اتجاه المحصلة أي الزاوية θ التي تصنعها مع المحور السيني من المعادلة

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} \quad (2-13)$$

ويمكن كتابة محصلة مجموعة من المتجهات بصورتها الاتجاهية كما يلي:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} = (A_x + B_x + C_x) \mathbf{i} + (A_y + B_y + C_y) \mathbf{j} + (A_z + B_z + C_z) \mathbf{k} \quad (2-14)$$

1-2-1 متجه الوحدة (Unit Vector)

يعرف متجه الوحدة ($\hat{u}_A$) في اتجاه المتجه ($\vec{A}$) كالتالي :-

$$\hat{u}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} \quad (1-1)$$

حيث أن :-

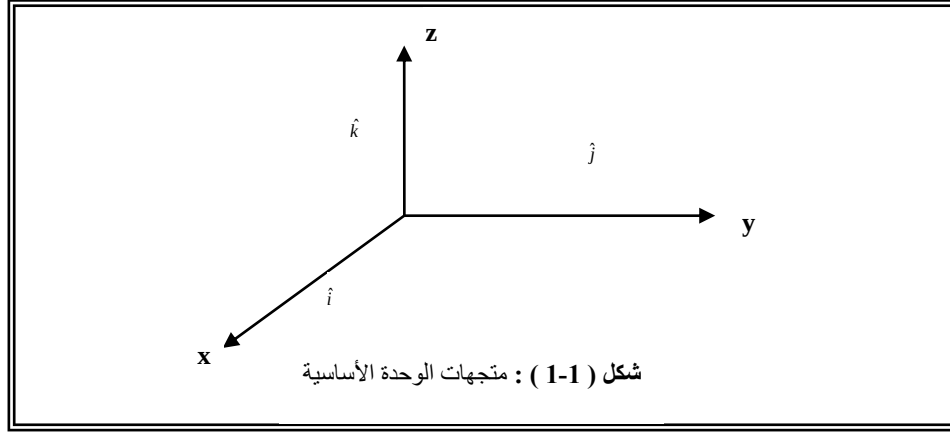
$\hat{u}_A$:- متجه الوحدة في اتجاه المتجه ($\vec{A}$) .

$\vec{A}$:- المتجه ($\vec{A}$) .

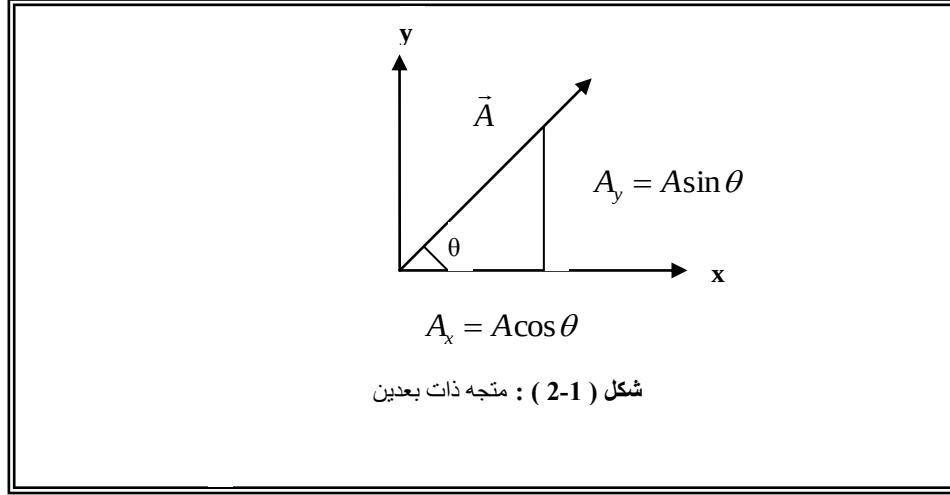
$|\vec{A}|$:- مقدار المتجه ($\vec{A}$) .

2-2-1 متجهات الوحدة الأساسية ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) (Basic Unit Vectors)

وهي متجهات مقدارها الوحدة وتعمل في الاتجاهات الموجبة للمحاور (x, y, z) على الترتيب وكما موضح في الشكل (1-1) وعليه فإن هذه المتجهات الثلاثة تكون متعامدة .



والآن لايجاد مقدار المتجه في حالة المتجه ذات بعدين وكما موضح في الشكل (2-1) .



من الشكل (2-1) يتضح لنا أن :-

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \dots (2-1)$$

حيث أن :-

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

θ :- هي الزاوية التي يعملها المتجه مع محور (x) الموجب ، وتُحسب من المعادلة الآتية :

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \dots (3-1)$$

والآن يُمكن تعميم ذلك على المتجه في الفضاء (ذات ثلاثة أبعاد) كالتالي :-

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \dots (4-1)$$

مثال 1 - 1 :- إذا كان $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$

1- احسب مقدار المتجه $(\vec{A})$ ؟

2- ما هو متجه الوحدة في اتجاه $(\vec{A})$ ؟

الحل :-

1- من المعادلة (2-1) :

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \dots (2-1)$$

حيث أن :

$$A_x = 3$$

$$A_y = 4$$

إذن :

$$|\vec{A}| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{9+16}$$

$$|\vec{A}| = 5 \text{ units} \quad \text{مقدار المتجه } (\vec{A})$$

2- من المعادلة (1-1) :

$$\hat{u}_{\vec{A}} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} \dots (1-1)$$

$$\hat{u}_{\vec{A}} = \frac{1}{5}(3\hat{i} + 4\hat{j})$$

$$\hat{u}_{\vec{A}} = \frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j}$$

$$\hat{u}_{\vec{A}} = 0.6\hat{i} + 0.8\hat{j} \quad \text{متجه الوحدة في اتجاه } (\vec{A})$$

1-2-3 جمع وطرح المتجهات (Addition and Subtraction of Vectors)

يمكن جمع أو طرح المتجهات بإحدى الطريقتين :-

1-3-2-1 طريقة الرسم (Graphical Method)

في هذه الطريقة نرسم المتجه الأول بمقياس رسم مناسب ، ومن نهاية المتجه الأول نرسم المتجه الثاني وبنفس مقياس الرسم ، وهكذا نكرر ذلك بالنسبة لبقية المتجهات .

إن محصلة (Resultant) هذه المتجهات يُمثّلها مقداراً وإتجاهاً المتجه الواحد من نقطة البداية للمتجه الأول إلى نقطة النهاية للمتجه الأخير .

1-2-3-2 الطريقة التحليلية (Analytic Method)

بالرجوع إلى الشكل (1-1) نجد أن المتجه $(\vec{A})$ ذات بعدين يمكن كتابته بدلالة مركباته كالتالي :-

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \dots (5-1)$$

وبتعميم ذلك على المتجه في الفضاء (ذات ثلاثة أبعاد) فإن المتجه $(\vec{A})$ يمكن كتابته على الشكل التالي :-

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \dots (6-1)$$

وبالمثل بالنسبة للمتجه $(\vec{B})$:-

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \dots (7-1)$$

بالتالي ومن المعادلتين (6-1) و (7-1) يمكن كتابة معادلة جمع المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ كالتالي :

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k} \dots (8-1)$$

أما معادلة طرح المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ فتكون كالتالي :

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) = (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j} + (A_z - B_z) \hat{k} \dots (9-1)$$

يتّضح من هذه الطريقة (التحليلية) إنه قبل إجراء عملية جمع أو طرح المتجهات يجب إتباع ما يلي :-

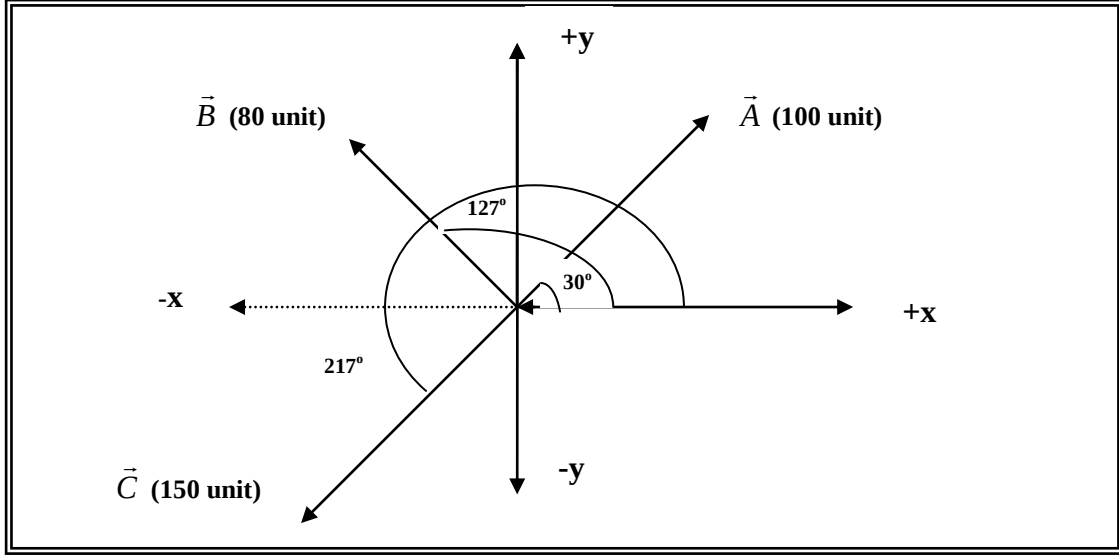
1- كتابة كل متجه بدلالة مركباته .

2- جمع أو طرح المُركّبات المُتقابلة للمتجه.

مثال 1 - 2 :- من الشكل الآتي ، احسب مقدار المتجه $(\vec{R})$ والزاوية التي يعملها مع محور (X) الموجب في كل من الحالتين الآتيتين وباستخدام طريقة التحليل :-

$$\vec{R}_1 = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} - 1$$

$$\vec{R}_2 = \vec{A} - \vec{B} + \vec{C} - 2$$



الحل :-

أولاً : نكتب المتجهات $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ بدلالة مركباتها .
بالنسبة للمتجه $(\vec{A})$:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$\vec{A} = 100 \cos 30^\circ \hat{i} + 100 \sin 30^\circ \hat{j}$$

$$\boxed{\vec{A} = 86.6 \hat{i} + 50 \hat{j}}$$

بالنسبة للمتجه $(\vec{B})$:

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

$$\vec{B} = 80 \cos 127^\circ \hat{i} + 80 \sin 127^\circ \hat{j}$$

$$\boxed{\vec{B} = -48 \hat{i} + 64 \hat{j}}$$

بالنسبة للمتجه $(\vec{C})$:

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j}$$

$$\vec{C} = (150 \cos 217^\circ \hat{i}) + (150 \sin 217^\circ \hat{j})$$

$$\boxed{\vec{C} = -120 \hat{i} - 90 \hat{j}}$$

ثانياً : نجمع أو نطرح المُركبات المُتقابلة للمتجه .

$$\boxed{1-} \text{ بالنسبة للحالة الأولى : } \vec{R1} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

من خلال تطبيق المعادلة (8-1) ولثلاثة متجهات

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (A_x + B_x + C_x)\hat{i} + (A_y + B_y + C_y)\hat{j} + (A_z + B_z + C_z)\hat{k}$$

ينتج :

$$\vec{R1} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (86.6 + (-48) + (-120))\hat{i} + (50 + 64 + (-90))\hat{j} + (0 + 0 + 0)\hat{k}$$

$$\vec{R1} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

$$\boxed{\therefore \vec{R1} = -81.4\hat{i} + 24\hat{j}}$$

من المعادلة (2-1) نحسب مقدار ($\vec{R1}$) :

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$|\vec{R1}| = \sqrt{(-81.4)^2 + (24)^2}$$

$$\boxed{|\vec{R1}| = 84.8 \text{ units}} \text{ مقدار المتجه } (\vec{R1})$$

من المعادلة (3-1) نحسب (θ) وهي الزاوية التي يعملها المتجه ($\vec{R1}$) مع محور (x) الموجب :

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \dots (2-13)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{24}{-81.4} = 16.4^\circ$$

هذه القيمة تمثل زاوية الاسناد وهي أصغر زاوية حادة محصورة بين "المتجه" و"محور X القريب منه

ولحساب زاوية الاتجاه المطلوبة وهي الزاوية التي تبدأ من محور X الموجب (جهة اليمين) وتدور عكس عقارب الساعة حتى تصل للمتجه نعمل كالاتي :

$$\boxed{\theta = 180^\circ - 16.4^\circ}$$



$$\boxed{\theta = 163.6^\circ}$$

الزاوية التي يعملها المتجه ($\vec{R1}$) مع محور (x) الموجب

$$\vec{R}_2 = \vec{A} - \vec{B} + \vec{C} \quad \text{بالنسبة للحالة الثانية : } \boxed{-2}$$

$$\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = (A_x - B_x + C_x)\hat{i} + (A_y - B_y + C_y)\hat{j} + (A_z - B_z + C_z)\hat{k}$$

$$\vec{R}_2 = \vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = (86.6 - (-48) + (-120))\hat{i} + (50 - 64 + (-90))\hat{j} + (0 + 0 + 0)\hat{k}$$

$$\vec{R}_2 = \vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$$

$$\therefore \vec{R}_2 = 14.6\hat{i} - 104\hat{j}$$

من المعادلة (2-1) نحسب مقدار () :

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$|\vec{R}_2| = \sqrt{(14.6)^2 + (-104)^2}$$

$$|\vec{R}_2| = 105 \text{ units} \quad (\vec{R}_2) \text{ مقدار المتجه}$$

من المعادلة (3-1) نحسب (θ) وهي الزاوية التي تعملها المحصلة () مع محور () الموجب :

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \dots (2-13)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-104}{14.6} = 82^\circ$$

$$\theta = 360^\circ - 82^\circ$$



$$\theta = 163.6^\circ$$

الزاوية التي تعملها المحصلة () مع محور () الموجب $\theta = 278^\circ$

4-2-1 تساوي المتجهات (Equality of Vectors)

إذا كان :

$$\vec{A} = \vec{B}$$

فإن :

$$\vec{A} - \vec{B} = 0$$

أي أن :

$$(A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k} = 0$$

أي أن :

$$A_x - B_x = 0$$

$$A_y - B_y = 0$$

$$A_z - B_z = 0$$

وبذلك فإن :

$$A_x = B_x$$

$$A_y = B_y$$

$$A_z = B_z$$

مما سبق نستنتج بأنه يُمكن أن يتساوى المتجهان إذا كانت مركباتهما المتقابلة متساوية .

مثال 1 - 3 : أوجد قيم كل من x, y, z والتي تجعل المتجهين الآتيين متساويين :

$$\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3z\hat{k}$$

$$\vec{B} = (x-3)^2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$$

الحل :-

بما أنه المطلوب أن يتساوى المتجهان أي أن :

$$\vec{A} = \vec{B}$$

وأن :

$$\hat{i} + 2\hat{j} + 3z\hat{k} = (x-3)^2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$$

وبالتالي يتساوى المركبات المتقابلة للمتجهين :

$$1 = (x-3)^2 \quad 4 = x$$

$$2 = y$$

$$3z = 1$$

وعليه فإن :

$$x = 4$$

$$y = 2$$

$$z = \frac{1}{3}$$

5-2-1 ضرب المتجهات (Multiplication of Vectors)

يُوجد هناك نوعان من ضرب المتجهات وهما : -

1-5-2-1 الضرب القياسي للمتجهات (Dot or Scalar product of Vectors)

يعرّف الضرب القياسي كالتالي :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta \dots (10-1)$$

حيث أن :

$|\vec{A}|$: مقدار المتجه $\vec{A}$

θ : مقدار المتجه $\vec{B}$

الزاوية الصغرى بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ أو إمتدادهما ويُحسب من العلاقة الآتية :

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \dots (11-1)$$

لإيجاد الضرب القياسي $\vec{A} \cdot \vec{B}$ بدلالة مركباتهما فإننا نعوّض عن $\vec{A}$ و $\vec{B}$ كما يلي :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \cdot \hat{k} + A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \cdot \hat{k} + A_z B_x \hat{k} \cdot \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \cdot \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k} \dots (12-1)$$

وبتطبيق تعريف الضرب القياسي على متجهات الوحدة الأساسية نجد أن :

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

بينما

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = \hat{k} \cdot \hat{j} = 0$$

وعليه فإن المعادلة (12 - 1) تأخذ الصيغة التالية :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \dots (13-1)$$

ملاحظة :- يتضح لنا بأنه في حالة الضرب القياسي :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

مثال 1 - 4 : إذا كان :

$$\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{k}$$

احسب : -

1- $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ؟

2- مقدار $\vec{A}$ ومقدار $\vec{B}$ ؟

3- الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ ؟

الحل :-

1- إيجاد حاصل الضرب القياسي للمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$:

بإستخدام المعادلة (1 - 13) :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \dots (13-1)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (1)(3) + (2)(0) + (-2)(-4)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 11$$

2- إيجاد مقدار كل متجه :

بإستخدام المعادلة (1 - 4) :

بالنسبة للمتجه $\vec{A}$:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-2)^2}$$

$$|\vec{A}| = 3 \text{ units}$$

أما بالنسبة للمتجه :

$$|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(3)^2 + (0)^2 + (-4)^2}$$

$$|\vec{B}| = 5 \text{ units}$$

3- إيجاد مقدار الزاوية بين المتجهين :

بإستخدام المعادلة (11 - 1) :

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \dots (11-1)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 11 \quad \text{من خلال الفقرة (1)}$$

$$|\vec{A}| |\vec{B}| = 15 \text{ units} \quad \therefore \text{من خلال الفقرة (2)}$$

وبتعويض القيم الناتجة أعلاه في المعادلة (11 - 1) نحصل على :

$$\theta = \cos^{-1} \frac{11}{15}$$

$$\therefore \theta = 42.8^\circ \quad \text{قيمة الزاوية بين المتجهين}$$

(Cross or Vector product of Vectors) 2-5-2-1 الضرب الاتجاهي للمتجهات

$$\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta \dots (14-1)$$

يُعرف الضرب الاتجاهي كالتالي :

حيث أن :-

$|\vec{A}|$: مقدار المتجه

$|\vec{B}|$: مقدار المتجه $\vec{B}$

θ : الزاوية الصغرى بين المتجهين $\vec{B}$ و $\vec{A}$ أو إمتدادهما .

لإيجاد الضرب الاتجاهي $\vec{A} \times \vec{B}$ بدلالة مركباتهما فإننا نعوض عن $\vec{B}$ و $\vec{A}$ كما يلي :

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = A_x B_x \hat{i} \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \hat{k} + A_y B_x \hat{j} \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \hat{k} + A_z B_x \hat{k} \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \hat{k} \dots (15-1)$$

وبتطبيق تعريف الضرب التقاطعي (مع الاتجاه) على متجهات الوحدة الأساسية نجد أن :

$$\hat{i} \hat{i} = \hat{j} \hat{j} = \hat{k} \hat{k} = 0$$

بينما

$$\hat{i} \hat{j} = \hat{k} \quad \hat{j} \hat{k} = \hat{i} \quad \hat{k} \hat{i} = \hat{j}$$

و

$$\hat{i} \hat{k} = -\hat{j} \quad \hat{k} \hat{j} = -\hat{i} \quad \hat{j} \hat{i} = -\hat{k}$$

وعليه فإن المعادلة (15 - 1) تأخذ الصيغة التالية :

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k} \dots (16-1)$$

يمكن الحصول على حاصل ضرب المتجهين بطريقة المصفوفة ايضاً

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}$$

أو بشكل أكثر تنظيماً

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}$$

ملاحظة :- يتضح لنا بأنه في حالة الضرب الاتجاهي :

مثال 1 - 5 : إحصا كان :

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

إحسب كل من :-

1 - $2\vec{A} - 3\vec{B}$ ؟

$$2\vec{A} - 3\vec{B} = 2(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) - 3(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$2\vec{A} - 3\vec{B} = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k} - 3\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$2\vec{A} - 3\vec{B} = \hat{i} + 12\hat{j} - 4\hat{k}$$

2 - مقدار $\vec{A}$ ومقدار $\vec{B}$ ؟

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (1)^2}$$

$$\therefore |\vec{A}| = \sqrt{14} \text{ units}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (2)^2}$$

$$\therefore |\vec{B}| = 3 \text{ units}$$

3 - الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ ؟

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \dots (11-1)$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{(2)(1) + (3)(-2) + (1)(2)}{3\sqrt{14}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{-2}{3\sqrt{14}}$$

$$\therefore \theta = 100.3^\circ$$

- 4 - $\vec{A} \times \vec{B}$ ؟

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k} \dots (16-1)$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = [(3)(2) - (1)(-2)] \hat{i} + [(1)(1) - (2)(2)] \hat{j} + [(2)(-2) - (3)(1)] \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 8\hat{i} - 3\hat{j} - 7\hat{k}$$

- 5 - متجه الوحدة في الاتجاه $\vec{A} \times \vec{B}$ ؟

$$\hat{u}_{\vec{A} \times \vec{B}} = \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|}$$

$$\hat{u}_{\vec{A} \times \vec{B}} = \frac{8\hat{i} - 3\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{(8)^2 + (-3)^2 + (-7)^2}}$$

$$\hat{u}_{\vec{A} \times \vec{B}} = \frac{8\hat{i} - 3\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{122}}$$

- 6 - متجه الوحدة في الاتجاه $\vec{B} \times \vec{A}$ ؟

$$\hat{u}_{\vec{A} \times \vec{B}} = -\hat{u}_{\vec{B} \times \vec{A}}$$

$$\hat{u}_{\vec{B} \times \vec{A}} = -\frac{8\hat{i} - 3\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{122}}$$

مثال 1 - 6 :- احسب قيمة (x) التي تجعل المتجهين التاليين متعامدين :

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + x\hat{k}$$

$$\vec{B} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

الحل :-

بما أن المطلوب أن يكون المتجهان متعامدين فالزاوية بينهما تساوي ($90^\circ = \frac{\pi}{2}$) .

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta \dots (10-1)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 0$$

$$(2)(-1) + (3)(-2) + 2x = 0$$

$$2x = 8$$

قيمة (x) التي تجعل المتجهين متعامدين $\therefore x = 4$

مسائل الفصل الأول
المتجهات (Vectors)
((1))

س1 : إذا كان :

$$\vec{C} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k} \quad , \quad \vec{B} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \quad , \quad \vec{A} = 5\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$$

1- احسب مقدار كل من المتجهات $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ ؟

2- احسب مقدار $3\vec{A} - 2\vec{B}$ ؟

الإجابة : $3\vec{A} - 2\vec{B} = 19\hat{i} + 8\hat{j} - 24\hat{k}$ $|\vec{C}| = \sqrt{29} \text{ units}$ $|\vec{B}| = \sqrt{17} \text{ units}$ $|\vec{A}| = \sqrt{77} \text{ units}$

س2 : إذا كانت مركبات المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ هي :

$$A_x = 3 , A_y = 1.5 \quad B_x = 0.5 , B_y = 2$$

احسب الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و ؟

الإجابة : $\theta = 49.45^\circ$

س3 : إذا كان :

$$\vec{B} = 9\hat{i} + 20\hat{j} + 12\hat{k} \quad , \quad \vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$$

1- ما هو متجه الوحدة في اتجاه $(\vec{A})$ ؟

2- ما هو متجه الوحدة في اتجاه $(\vec{B})$ ؟

الإجابة : $\hat{u}_{\vec{B}} = 0.36\hat{i} + 0.8\hat{j} + 0.48\hat{k}$ $\hat{u}_{\vec{A}} = 0.6\hat{i} - 0.3\hat{j} + 0.6\hat{k}$

س4 : إذا كان :

$$\vec{B} = 4\hat{i} + x\hat{j} \quad , \quad \vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j}$$

أوجد قيمة (x) والتي تجعل المتجهين متعامدين مع بعضهما البعض ؟

الإجابة : $x = 8$

س5 : إذا كان :

$$\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k} \quad , \quad \vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

احسب المتجه $(\vec{C})$ بحيث $\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = 0$ ؟

الإجابة : $\vec{C} = -2\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$

المحاضرة الخامسة

الحركة الخطية المنتظمة

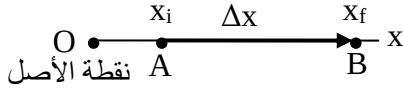
- ١-٣ الإزاحة
- ٢-٣ السرعة (الاتجاهية) المتوسطة الحركة الخطية بعجلة منتظمة
- ٣-٣ السرعة (الاتجاهية) اللحظية
- ٤-٣ السرعة (القياسية) المتوسطة
- ٥-٣ التسارع المتوسط
- ٦-٣ التسارع اللحظي
- ٧-٣ الحركة الخطية بعجلة منتظمة
- ٨-٣ قوانين نيوتن للحركة
- ٩-٣ قانون بقاء كمية التحرك
- ١٠-٣ قانون الشغل والطاقة
- ١١-٣ الحركة الدائرية المنتظمة

الحركة الخطية المنتظمة

Linear Motion

تعتبر الحركة من المواضيع الهامة التي يتحتم علينا دراستها ابتداءً من حركة الجسيمات الصغيرة إلى كرة القدم و السيارة وانتهاءً بحركة النجوم والكواكب. ويسمى العلم الذي يبحث في حركة الجسيمات بعلم الميكانيكا . في هذا الفصل سندرس حركة الجسيمات في خط مستقيم ومن خلاله أيضا سنتعرف على مفاهيم الإزاحة والسرعة والتسارع وعلاقتها ببعضها البعض ومع الزمن أيضا.

١-٣ الإزاحة Displacement



شكل (١-٣) Δx تمثل إزاحة الجسم على خط مستقيم من الموضع A إلى الموضع B

نعرف إزاحة الجسم بأنها التغير في موضعه بالنسبة

إلى نقطه إسناد (مرجع) معينة وهي كمية متجهة تعتمد على نقطة البداية ونقطة النهاية بغض النظر عن المسار الذي يتبعه الجسم في تحركه.

عندما يتحرك جسم على خط مستقيم و ليكن محور x فإن اتجاه حركته يكون محدداً على هذا المحور. أي أن إزاحة الجسم هي Δx فإذا كانت موجبة فإن ذلك يعني أنها باتجاه محور x الموجب و إذا كانت سالبة فيعني أنها باتجاه محور x السالب. يبين الشكل (١-٣) جسماً ينتقل على محور x من الموضع الابتدائي A عند زمن t_i إلى الموضع النهائي B عند زمن t_f . إزاحة الجسم تعطى حسب الصيغة التالية:

$$\Delta x = x_f - x_i \quad (3-1)$$

ملاحظة/ يجب التفريق بين المسافة distance والإزاحة displacement حيث أن المسافة تمثل الطول الفعلي للمسار الذي يقطعه الجسم وهي كمية قياسية ، أما الإزاحة فتتمثل أقصر مسافة بين نقطة البداية ونقطة النهاية وهي كمية متجهة.

٢-٣ السرعة (الاتجاهية) المتوسطة Average velocity

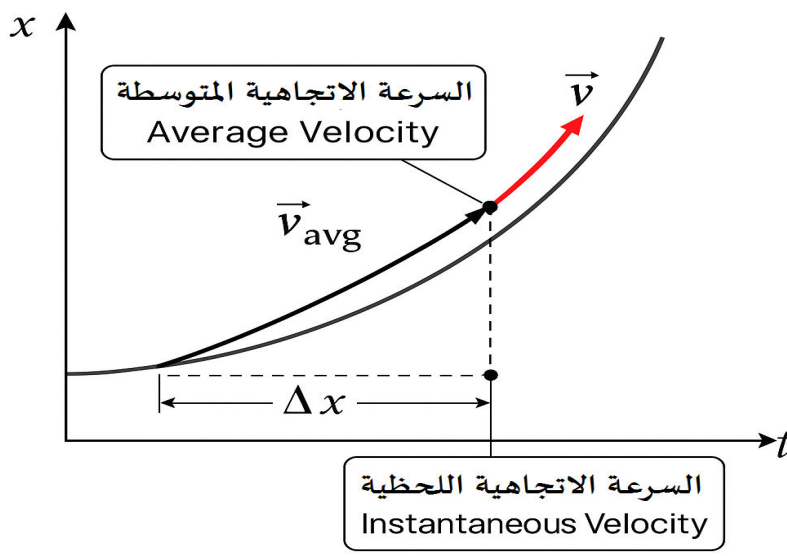
نعلم أن حركة جسم ما من موضع عند زمن ابتدائي t_i إلى موضع آخر عند زمن نهائي t_f تستغرق فترة زمنية Δt . تعرّف السرعة المتوسطة بأنها نسبة الإزاحة إلى الزمن واتجاهها هو اتجاه الإزاحة وتعطى بالعلاقة :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \quad (3-2)$$

٣-٣ السرعة (الاتجاهية) اللحظية Instantaneous velocity

تعرف على أنها معدل تغير متجه الموضع بالنسبة للزمن وهي تعبر عن سرعة الجسم عند لحظة معينة وتعطى حسب العلاقة :

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (3-3)$$



٤-٣ السرعة القياسية المتوسطة Average speed

نعرف متوسط السرعة القياسية لجسم ما بأنها نسبة المسافة الكلية التي يقطعها الجسم للزمن الكلي ، وإذا رمزنا للسرعة القياسية بالرمز s إن :

حيث d المسافة الكلية المقطوعة خلال زمن مقداره t .

$$s = \frac{d}{t} \quad (3-4)$$

٥-٣ التسارع المتوسط Average acceleration

عندما يتحرك جسم ما بسرعة معينة على خط مستقيم و تزداد سرعته نقول بأنه يتسارع وإذا تناقصت سرعته فنقول أن تسارعه سالب أي أنه يتباطأ وبشكل عام نعرف متوسط التسارع (العجلة المتوسطة) a بأنه نسبة تغير السرعة اللحظية للزمن.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \quad (3-5)$$

٦-٣ التسارع اللحظي Instantaneous acceleration

يعرف على أنه معدل تغير السرعة اللحظية بالنسبة للزمن وتعطى حسب العلاقة :

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (3-8)$$

مثال (١-٣)

يتحرك جسم من نقطة الأصل شرقاً مسافة 40m في ست ثواني ، ثم غرباً مسافة 20m في أربع ثواني ، و أخيراً شرقاً مسافة 60m في عشر ثواني . أوجد

- إزاحة الجسم
- متوسط سرعته المتجهة
- متوسط سرعته المتجهة خلال الفترة الزمنية الثانية .
- المسافة الكلية التي يقطعها
- متوسط سرعته القياسية.

الحل:

(أ) بما أن الجسم يتحرك من نقطه الأصل على خط مستقيم فتكون إزاحة الجسم

$$\text{الازاحة الكلية} = x_1 + x_2 + x_3$$

وحيث أن الإزاحة كمية متجهة فإنه يجب الأخذ بعين الاعتبار إشارة الإزاحات الثلاثة وعليه فإن الإزاحة الكلية

$$\text{الازاحة الكلية} = 40m - 20m + 60m = 80m$$

وحيث أن الإزاحة موجبة فإنها تكون باتجاه الشرق.

(ب) متوسط السرعة المتجهة

$$\bar{V} = \frac{\text{الازاحة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{80m}{6s + 4s + 10s} = 4 \text{ m/s}$$

وبما أنها موجبة فهي أيضاً في اتجاه الشرق.

(ج) في الفترة الزمنية الثانية

$$\bar{V} = \frac{\text{الازاحة الثانية}}{\text{الزمن الذي قطعت به}}$$

$$\bar{v} = \frac{-20m}{4s} = -5 \text{ m/s}$$

و بما أنها سالبة تكون باتجاه الغرب.

(د) المسافة الكلية التي يقطعها الجسم

$$\text{المسافة} = d = 40m + 20m + 60m = 120m$$

(ه) معدل سرعته القياسية

$$s = \frac{d}{t} = \frac{120m}{6s + 4s + 10s} = 6 \text{ m/s}$$

و تختلف عن متوسط سرعة الجسم المتجهة و التي مقدارها 4 m/s .

٧-٣ الحركة الخطية بتعجيل منتظم Linear motion with constant acceleration

عندما يتحرك جسم ما بسرعة متزايدة أو متناقصة بمعدل ثابت فإن حركته تكون بعجله منتظمة a تعرف بأنها السرعة بالنسبة للزمن.

دعنا نفترض أن جسماً ما يسير بسرعة $v_1 = v_0$ عند بداية الحركة $t_1 = 0$ و بعد زمن معين $t_2 = t$ أصبحت سرعته $v_2 = v$ فإن التسارع (عجلة الجسم)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{t - 0} \quad (3-9)$$

وتتلخص قوانين الحركة الخطية ذات العجلة المنتظمة فيما يأتي:

أولاً: إذا كان الجسم يتحرك بسرعة ابتدائية v_0 وبعجلة منتظمة a ، فمن المعادلة (3-9) تكون سرعته v عند الزمن t هي

$$v = v_0 + at \quad (3-10)$$

ثانياً: إذا كانت المسافة التي يقطعها الجسم خلال الزمن t هي x فإن:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (3-11)$$

وهذه العلاقة تربط بين المتغيرات الثلاث t و a و x

ثالثاً : من تعريف العجلة

$$a = \frac{V - V_0}{t} \quad \therefore t = \frac{V - V_0}{a}$$

إذا عوضنا في العلاقة (3-11) عن قيمه t نحصل على:

$$\boxed{V^2 = V_0^2 + 2ax} \quad (3-12)$$

مثال (٢-٣)

يتحرك جسم من السكون بتسارع منتظم 5 m/s^2 . جد سرعته بعد مضي ثلاث ثوان على حركته.

الحل:

$$v_0 = 0 , t = 3 \text{ s} , a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + (5)(3) = 15 \text{ m/s}$$

مثال (٣-٣)

تتسارع طائرة بدءا من السكون إلى أن تصل سرعتها إلى 360 Km/hr وهي السرعة اللازمة للإقلاع . جد التسارع اللازم لذلك إذا كان طول المدرج 1200 m .

الحل:

$$v_0 = 0 , v = 360 \text{ Km/hr} = 360 \times 10^3 / 60 \times 60 = 100 \text{ m/s}$$

$$x = 1200 \text{ m}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

$$(100)^2 = 0 + 2(a)(1200) \Rightarrow 10000 = 2400(a)$$

$$a = 10000 / 2400 = 4.16 \text{ m/s}^2$$

مثال (٤-٣)

تتحرك سيارة من السكون على خط مستقيم بتسارع منتظم مقداره 2.5 m/s^2 . جد

(أ) الزمن اللازم حتى تقطع مسافة 50 m .

(ب) سرعتها في نهاية هذه الفترة.

الحل:

$$v_0 = 0 , a = 2.5 \text{ m/s}^2 , x = 50 \text{ m}$$

(أ)

$$x = v_0 t + 1/2 at^2 \Rightarrow 50 = (0)(t) + 1/2 (2.5) t^2$$

$$50 = (2.5 / 2) t^2 = 1.25 t^2$$

$$t^2 = 50 / 1.25 = 40$$

$$t = (40)^{1/2} = 6.32 \text{ s}$$

(ب)

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + (2.5)(6.32) = 15.8 \text{ m/s}.$$

مثال (٣-٥)

كانت حافلة تسير على خط مستقيم بسرعة 45 km/hr ، عندما شاهد سائقها حائطا أمامه استعمل الفرملة لإيقاف الحافلة ، ولكنه اصطدم بالحائط بعد أربع ثوان من بداية استعمال الفرملة. فإذا كان الحائط على بعد 40 m من مقدمة الحافلة جد:

(أ) تسارع (تباطؤ) السيارة قبل التصادم.

(ب) سرعة السيارة لحظة التصادم.

الحل:

(أ) لدينا المعلومات التالية

$$t = 4 \text{ sec}$$

$$v_0 = 45 \text{ km/hr} = 45 (1000 \text{ m} / 60 \times 60 \text{ sec}) = 12.5 \text{ m/s}$$

$$x = 40 \text{ m}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$40 = (12.5) (4) + (1/2) a (4)^2$$

$$a = -1.25 \text{ m/s}^2$$

نلاحظ ظهور إشارة سالبة وهذا يعني أن تسارع السيارة كان بالاتجاه المعاكس لحركتها (تباطؤ).

(ب) أصبحت لدينا جميع المتغيرات معلومة ما عدا السرعة النهائية لحظة التصادم ، وبالتالي:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 12.5 + (-1.25) (4) = 7.5 \text{ m/s}.$$

٨-٣ قوانين نيوتن للحركة Newton's law of motion

وضع نيوتن ثلاثة قوانين أساسية للحركة هي :

القانون الأول:

يبقى الجسم الساكن ساكناً ، والجسم المتحرك يواصل حركته بسرعة ثابتة في خط مستقيم، ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير حالته و يوضح هذا القانون خاصية القصور للأجسام . فالجسم الساكن يقاوم أي تغير في حالة سكونه وكذلك الجسم المتحرك بسرعة منتظمة يقاوم أي تغير في حالة حركته. وهذا هو ما يعرف بالقصور الذاتي للأجسام.

القانون الثاني:

ينص قانون نيوتن على أن " تسارع الجسم يتناسب طردياً مع القوة المؤثرة عليه، وعكسياً مع كتلته " اي: إذا أثرت بقوة F على جسم ما فإنها تحدث أو تحاول أن تحدث تغييراً في حالة الجسم عن حالة سكونه أو حركته الخطية بسرعة منتظمة. وعندما تتغير حالة الجسم تحدث عجلة تسارع a يكون اتجاهها في نفس اتجاه القوة المؤثرة.

$$F = m \cdot a \quad \text{الصيغة الرياضية:} \quad (3-13)$$

و قد وجد نيوتن أن النسبة بين القوة المؤثرة إلى العجلة الناتجة تكون دائماً ثابتة للجسم الواحد وتساوي كمية المادة بداخله أي كتلته

إذا كان زمن تأثير القوة هو t و كان مقدار التغير في سرعة الجسم في تلك الفترة هو Δv فمن تعريف العجلة

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

∴ معادلة القوة (3-13) تكون

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F \cdot \Delta t = m \Delta v = m (v_2 - v_1) = mv_2 - mv_1$$

حيث v_1 , v_2 هما سرعتا الجسم عند البدء وعند الانتهاء من تأثير القوة أو على طرفي الفترة الزمنية Δt .

الكمية mv تعرف بكمية الحركة (الزخم) ويرمز لها بالرمز P وتقاس بوحدة $Kg.m/sec$

$$P = mv$$

وتعطى حسب العلاقة

(3-14)

ولما كان حاصل ضرب القوة $\times$ الزمن يساوي دفع القوة (Impulse)

$$I = F \cdot \Delta t$$

حيث I هي الدفع ، فإنه يمكن بذلك كتابة القانون التالي:

$$I = \Delta P = P_2 - P_1 = mv_2 - mv_1$$

(3-15)

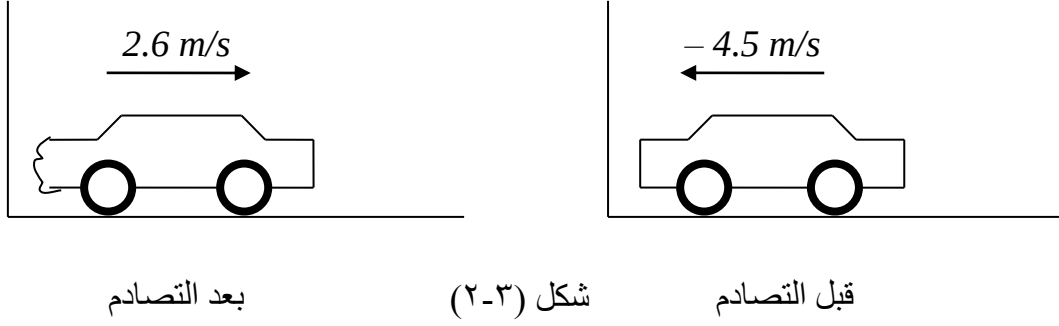
بمعنى أن التغير في كمية حركة جسم يساوي دفع القوة المؤثرة والمسببة لهذا التغير ، ووحدة قياس الدفع هي نفس وحدة قياس كمية التحرك (الزخم) $(Kg.m/sec)$.

مثال (٣-٦)

سيارة كتلتها 1500 kg تصطدم بجدار كما هو موضح بالشكل (٣-٢). السرعة الابتدائية للسيارة $v_i = 4.5 \text{ m/s}$ باتجاه اليمين والسرعة النهائية $v_f = 2.6 \text{ m/s}$ باتجاه اليمين.

(أ) جد الدفع الناشئ عن التصادم.

(ب) إذا كان متوسط القوة المبذولة على السيارة هي $F = 1.76 \times 10^5 \text{ N}$ جد زمن التصادم Δt .



الحل:

(أ) نعتبر أن الاتجاه الموجب هو الاتجاه إلى اليمين والسالبة إلى اليسار.

$$I = \Delta P = P_2 - P_1 = mv_2 - mv_1$$

$$I = m (v_2 - v_1) = 1500 \{2.6 - (-4.5)\}$$

$$I = 1500 \{2.6 + 4.5\} = 1.07 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(ب)

$$I = F \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = I / F = 1.07 \times 10^4 / 1.76 \times 10^5$$

$$\Delta t = 60.5 \times 10^{-3} \text{ sec}$$

الكتلة والوزن Mass & Weight

الكتلة: هي مقدار ما يحتويه الجسم من مادة.

الوزن: هو قوة جذب الأرض للجسم.

فإذا كانت كتلة الجسم هي m وعجلة الجاذبية الأرضية هي g فإن وزن الجسم W يُعطى حسب العلاقة التالية:

$$W = m g$$

(3-16)

ويلاحظ هنا أن وزن الجسم كمية متجهة أما كتلة الجسم فهي كمية غير متجهة.

القانون الثالث:

ينص على " لكل فعل رد فعل، مساو له في المقدار، ومضاد له في الاتجاه " بمعنى :
إذا أثر جسم بقوة ما على جسم آخر فإن هذا الجسم الثاني يؤثر بقوة مساوية في المقدار و مضادة في الاتجاه للقوة الأولى .

٩-٣ قانون بقاء كمية الحركة Law of conservation of momentum

إذا تصادم جسمان تتغير كمية حركة كل منهما و لذلك يؤثر كل منهما بقوة على الآخر. إذا لم يؤثر على أي منهما أثناء التصادم قوى خارجية ، أي أنهما يكونان مجموعته معزولة فإن كمية الحركة الكلية للجسمين قبل التصادم تساوي تماماً كمية الحركة للجسمين بعد التصادم و يسمى هذا القانون بقانون بقاء كمية الحركة.
و يمكن إثباته رياضياً باعتبار تصادم كرتين كتلتيهما m_1 ، m_2 تتحركان بسرعتين ابتدائيتين v_1 ، v_2 على الترتيب.
عندما تتصادم الكرتان تؤثر الكرة الأولى على الثانية بقوة F_2 وتؤثر الثانية على الأولى بقوة F_1 بحيث $F_1 = -F_2$.
وذلك حسب قانون نيوتن الثالث. وإذا كان زمن التصادم هو Δt وتغيرت سرعتي الكرتين بعد التصادم إلى v_1' ، v_2' فبتطبيق قانون نيوتن الثاني على كل من الكرتين نجد أن:

$$F_1 = m_1 (v_1' - v_1) / \Delta t$$

$$F_2 = m_2 (v_2' - v_2) / \Delta t$$

وحيث أن

$$F_1 = -F_2$$

$$m_1 (v_1' - v_1) / \Delta t = - m_2 (v_2' - v_2) / \Delta t$$

$$\therefore m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (3-17)$$

وهذا يثبت عدم تغير كمية الحركة الكلية قبل وبعد التصادم وهذا ما يُعرف بقانون بقاء كمية الحركة.
أما إذا التحم الجسمين المتصادمين ليُكونا جسماً واحداً بعد التصادم سرعته v' فإن

$$v_1' = v_2' = v'$$

وعليه فإن قانون بقاء كمية الحركة يكتب على الصورة التالية:

$$\therefore m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad (3-18)$$

مثال (٧-٣)

أطلقت رصاصة كتلتها 2gm على كتله خشبية كتلتها 600gm معلقه بخيط خفيف فإذا كانت سرعة الرصاصة 28000 cm/s أوجد السرعة التي تكتسبها كتلة الخشب علماً بأن الرصاصة استقرت في الخشب.

الحل:

$$\begin{aligned} \text{السرعة الابتدائية للرصاصة} &= v_1 = 28000\text{ cm/s} \\ \text{السرعة النهائية للرصاصة} &= v_1' \\ \text{السرعة الابتدائية لكتلة الخشب} &= v_2 = 0 \\ \text{السرعة النهائية لكتلة الخشب} &= v_2' \end{aligned}$$

السرعة النهائية للرصاصة v_1' هي نفس السرعة النهائية لكتلة الخشب v_2' حيث أنهما أصبحتا جسماً واحداً وعليه

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad \text{وبتطبيق قانون بقاء كمية الحركة يكون} \quad v' = v_2' = v_1'$$

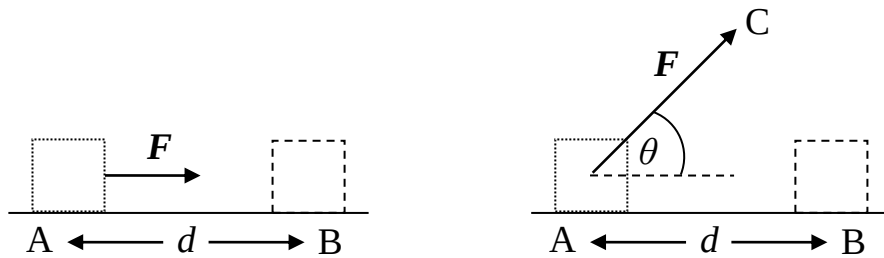
$$2(28000) + 0 = (2 + 600) v'$$

$$v' = 56000 / 602 = 93.3\text{ cm/sec}$$

٣-١٠ الشغل والطاقة Work and energy

نُحدث القوة شغلاً على جسم ما إذا غيرت من موضع هذا الجسم . و تعريف الشغل هو حاصل ضرب الإزاحة التي يتحركها الجسم في مركبة القوة باتجاه الإزاحة. فمثلاً إذا أثرت قوة F في الاتجاه من الموضع A إلى الموضع B ، ثم تحرك الجسم مسافة d في هذا الاتجاه كما بالشكل (٣-٣) يكون الشغل المبذول هو

$$W = F.d \quad (3-19)$$



شكل (٣-٣)

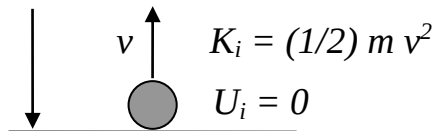
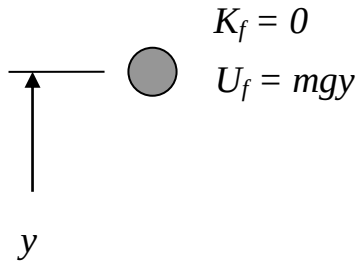
أما إذا كان اتجاه القوة F بالاتجاه من A إلى C فإن الشغل المبذول يكون

$$W = (F \cos \theta) d$$

$$W = F d \cos \theta$$

(3-19)

حيث مقدار الإزاحة التي تحركتها الكتلة هي d و $(F \cos \theta)$ هي مركبة القوة F في اتجاه الإزاحة d . يتضح من القانون السابق أن الشغل يكون موجبا إذا كانت القوة باتجاه الإزاحة لأن $(\cos 0 = 1)$ ، ويكون سالبا إذا كانت القوة معاكسة لاتجاه الإزاحة لأن $(\cos 180^\circ = -1)$.



شكل ٤-٣

وحدة قياس الشغل هي داي.سم (إرج erg) أو نيوتن.متر (جول joule) وهو وحدة كبيرة حيث $1 \text{ جول} = 10^7 \text{ (داين.سم)} = 10^7 \text{ إرج}$.

ومن الملاحظ دائماً أنه كلما بذل شغل في مجموعه معزولة من الأجسام التي تؤثر عليها قوى يحدث تغيرات في الطاقة الداخلية لها. فمثلاً الشغل المبذول لرفع جسم ما يزيد من الطاقة الكامنة فيه بفضل موضعه وتسمى هذه الطاقة بطاقة الوضع ويرمز لها بالرمز U كما بالشكل (٤-٣). أيضاً

الشغل المبذول في التغلب على قوى الاحتكاك يرفع من الطاقة الحرارية للجسم. وهكذا... نستخلص القانون الآتي:

قانون الشغل والطاقة

" التغير في طاقة وضع جسم أو مجموعة أجسام معزولة يساوي تماماً مقدار الشغل المبذول عليها "

الشغل المبذول = التغير في طاقة الجسم

$$W = -\Delta U$$

الإشارة السالبة للشغل تعني أنه حصل فقد لطاقة حركة الجسم، فمثلاً إذا قذف جسم لأعلى فإن طاقة حركته ستقل وتتحول إلى طاقة وضع (انظر الشكل ٤-٣).

مثال (٨-٣)

جسم كتلته 2Kg يتحرك تحت تأثير قوة $(F=20N)$ تصنع زاوية مقدارها 37° كما بالشكل (٥-٣). فإذا تحرك الجسم مسافة مقدارها $(d=4m)$ على سطح أملس، احسب الشغل المبذول بواسطة القوة F .

الحل:

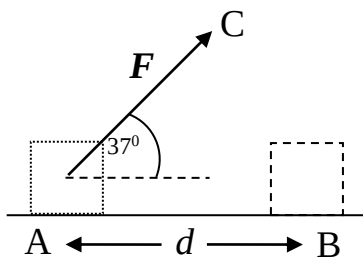
حيث أن القوة تصنع مع الإزاحة زاوية θ فنستخدم العلاقة

$$W = F d \cos \theta$$

بالتعويض نجد أن

$$W = (20) (4) (\cos 37^\circ) = 63.9 \text{ J}$$

شكل (٥-٣)



مثال (٩-٣)

قذفت كرة كتلتها 2Kg إلى أعلى مسافة مقدارها $(d=4\text{m})$. احسب الشغل المبذول بواسطة قوة الجاذبية الأرضية.

الحل:

حيث أن الجسم قذف إلى أعلى فإن الإزاحة تكون إلى أعلى في حين أن القوة المؤثرة على الجسم وهي قوة الجاذبية الأرضية إلى أسفل، أي أن القوة تصنع مع الإزاحة زاوية مقدارها 180° .

$$W = F d \cos \theta$$

بالتعويض نجد أن

$$W = (20) (4) (\cos 180^\circ) = -80 \text{ J}$$

الإشارة السالبة تعني أنه قد حصل فقد لطاقة حركة الكرة.

ملاحظة/ لو أن الجسم سقط من أعلى إلى أسفل بنفس المسافة d فإن الشغل المبذول بواسطة الجاذبية سيكون موجبا وقيمته 80J والإشارة الموجبة تعني أن هناك زيادة في طاقة الحركة.

١١-٣ طاقة الوضع وطاقة الحركة Potential and kinetic energy

عند قذف جسم كتلته m إلى أعلى فإن القوة المؤثرة عليه تساوي وزن الجسم أي أن:

$$F = mg$$

حيث g عجلة الجاذبية الأرضية، وحسب قانون الشغل والطاقة تكون الزيادة في طاقة الجسم – عند رفعه مسافة رأسية y – مساوية للشغل الذي تبذله القوة، أي أن:

$$\Delta U = -W = -(-Fy) = mgy$$

حيث $(\Delta U = U_f - U_i)$ هي التغير في طاقة الوضع. وإذا اعتبرنا أن الجسم بدأ بطاقة وضع ابتدائية $(U_i = 0)$ وانتهى عند طاقة وضع نهائية $(U_f = U)$ فإن

$$U = mgy$$

(3-20)

هذه الزيادة في طاقة الوضع للجسم هي التي اكتسبها برفعه المسافة العمودية y ، ومن الجدير بالذكر هنا أن الزيادة في طاقة الوضع هذه لا تتوقف على المسار الذي يتحرك فيه الجسم عند رفعه. عندما يتحرك جسم ما فإنه يكتسب طاقة بفضل تلك الحركة ويمكن إيجاد مقدار هذه الطاقة باستخدام قانون الحركة الخطية تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية g :

$$v^2 = v_0^2 - 2ax$$

فعندما تؤثر قوة على جسم متحرك بحيث تغير سرعته من v_0 إلى v فإنها تبذل شغلا يمكن حسابه من المعادلة السابقة كما يلي:

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = -gy \quad (3-21)$$

حيث تم استبدال التسارع a بعجلة الجاذبية g والمسافة x بالمسافة الرأسية y ، وبضرب طرفي المعادلة (3-21) في الكتلة m نحصل على:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgy = W$$

الكمية $\frac{1}{2}mv^2$ تعرف بطاقة حركة الجسم ويرمز لها بالرمز K ، أي أن:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3-21)$$

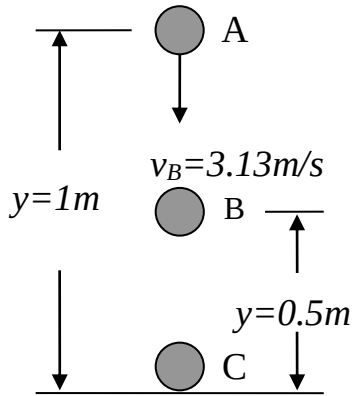
وعليه فإن

$$\boxed{K_f - K_i = \Delta K = W} \quad (3-22)$$

الكمية W هي الشغل الذي بذلته القوة ويساوي طاقة حركة الجسم النهائية مطروحا منها طاقة حركته الابتدائية وتعرف طاقة حركة الجسم بنصف حاصل ضرب كتلة الجسم في مربع سرعته.

مثال (٣-١٠)

سقطت كرة كتلتها 1Kg من السكون من ارتفاع 1m عند النقطة A فوصلت النقطة B - والتي تقع على ارتفاع 0.5m من سطح الأرض - بسرعة مقدارها 3.13m/s كما بالشكل (٣-٦). احسب كل من



شكل ٦-٣

(أ) طاقة الوضع وطاقة الحركة عند النقطة A.

(ب) طاقة الوضع وطاقة الحركة عند النقطة B.

(ت) طاقة الوضع وطاقة الحركة عند وصول الكرة إلى سطح الأرض.

الحل:

(أ) عند النقطة A تكون الكرة على ارتفاع $y=1\text{m}$ لذلك فإن

طاقة وضعها تساوي

$$U_A = mgy = (1) (9.8) (1) = 9.8 \text{ J}$$

أما طاقة حركتها عند A فتساوي صفراً ($K_A=0$) لأنها بدأت حركتها من السكون ($v_A=0$).

(ب) طاقة الوضع عند النقطة B

$$U_B = mgy = (1) (9.8) (0.5) = 4.9 \text{ J}$$

طاقة الحركة عند النقطة B تساوي

$$K_B = (1/2) m v^2$$

$$K_B = (1/2) (1) (3.13)^2 = 4.9 \text{ J}$$

(ت) طاقة الوضع عند سطح الأرض تساوي صفراً ($U=0$) لأن $y=0$.

لحساب طاقة حركتها عند سطح الأرض يجب حساب سرعتها أولاً لحظة وصولها للأرض

وذلك باستخدام معادلات الحركة في خط مستقيم.

$$v^2 = v_0^2 + 2ay$$

$$v^2 = (0)^2 + 2 (9.8) (1) = 19.6 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$K = (1/2) m v^2 = (1/2) (1) (19.6) = 9.8 \text{ J}$$

مثال (1) / جسم يتحرك حسب العلاقة التالية: $(x=3t^2+2t-5)$ احسب السرعة الانية عند الزمن

$$t = 4 \text{ sec}, t = 2 \text{ sec}$$

الحل:

$$V=dx/dt$$

$$v = 6t + 2$$

1- نحسب السرعة الانية عند الزمن: $t = 2 \text{ sec}$

$$v = 6*2 + 2 = 14 \text{ m/sec}$$

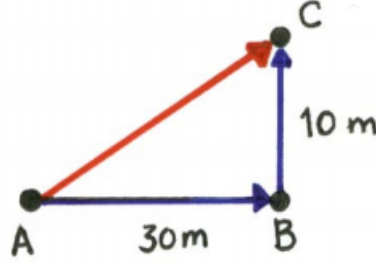
2- نحسب السرعة الانية عند الزمن: $t = 4 \text{ sec}$

$$v = 6*4 + 2 = 26 \text{ m/sec}$$

مثال (2)/

تحركت سيارة من نقطة A إلى B مسافة قدرها 30m باتجاه الشرق ثم تحركت من B إلى C مسافة قدرها 10m باتجاه الشمال كما هو موضح بالشكل (1-3) والمطلوب :

- أ- كم المسافة التي قطعتها حتى وصلت إلى C .
 ب- كم تبعد نقطة النهاية C عن نقطة البداية A .



الحل/

- 1- مقدار المسافة من A إلى C مروراً ب B هو :

$$S = AB + BC$$

$$S = 30 \text{ m} + 10 \text{ m} = 40 \text{ m}$$

- 2- البعد بين نقطة النهاية C ونقطة البداية A يمثلها السهم المتجه من A إلى C مباشرة ، ويمكن

حسابها باستخدام نظرية فيثاغورس كما يلي :

$$AC = \sqrt{30^2 + 10^2} = 31.6 \text{ m}$$

وعلى هذا فإنه يمكننا أن نعرف المسافة على النحو الآتي:

المسافة : هي عبارة عن طول المسار الفعلي الذي سلكه الجسم

فالمسافة في المثال السابق هي 40 m.

وأما الإزاحة فهي :

البعد المستقيم المتجه من نقطة بداية الحركة والمنتهي بنقطة نهايتها .

فالسهم المنطلق من A إلى C مباشرة في المثال السابق يمثل الإزاحة وهي تساوي 31.6m .

مثال (3)/

ما هي سرعة طائرة تقطع مسافة 450 km في 45 min .

الحل :

$$s = 450 \text{ km} = 450 \times 1000 = 450000 \text{ m}$$

$$t = 45 \text{ min} = 45 \times 60 = 2700 \text{ s}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{450000}{2700} = 166.66 \text{ m / s}$$

مثال (4)/

تسير سيارة في خط مستقيم بسرعة 10m/s ثم بدأت تتسارع بشكل منتظم حتى وصلت سرعتها إلى 31 m/s خلال فترة زمنية قدرها ثلاث ثواني . احسب مقدار تسارع السيارة .

الحل :

$$v_o = 10 \text{ m/s} , \quad v_f = 31 \text{ m/s} , \quad t = 3 \text{ s}$$

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

$$a = \frac{31 - 10}{3}$$

$$a = 7 \text{ m / s}^2$$

وهذا يعني أن سرعة السيارة تزيد في كل ثانية بمقدار 7 m/s .

فبعد مرور ثانية من بدأ الحركة تكون سرعتها 17m/s .

وبعد مرور الثانية الثانية تكون سرعتها 24 m/s .

وبعد مرور الثانية الثالثة تكون سرعتها 31m/s .

مثال (5)/

تسير سيارة بسرعة مقدارها 50km/h . اضطر سائقها إلى إيقافها ، فتوقفت بعد أربع ثواني من ضغط السائق على الفرامل . احسب تسارع السيارة بوحدة m/s^2 .

الحل :

$$v_o = 50 \text{ km /h} = 50 \times 0.2778 = 13.89 \text{ m / s}$$

$$v_f = 0 \quad t = 4 \text{ s}$$

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

$$a = \frac{0 - 13.89}{4} = -3.47 \text{ m / s}^2$$

إشارة التسارع سالبة ، لماذا ؟

مسائل على المتجهات

مثال ١ :-

إذا كان لدينا المتجهان

$$\vec{A} = i + 3j - 2k$$

$$\vec{B} = 3i - 2j + k$$

أوجد

$\vec{A} \times \vec{B}$ ، $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ، $\vec{A} - \vec{B}$ ، $\vec{A} + \vec{B}$ و الزاوية المحصورة بين المتجهين

الحل

$$1- \vec{A} + \vec{B} = (i + 3j - 2k) + (3i - 2j + k) = 4i + j - k$$

$$2- \vec{A} - \vec{B} = (i + 3j - 2k) - (3i - 2j + k) = -2i + 5j - 3k$$

$$3- \vec{A} \cdot \vec{B} = (i + 3j - 2k) \cdot (3i - 2j + k)$$

H . W

$$= (1 \cdot 3i) + (3j \cdot 2j) + (-2k \cdot k) = 3 - 6 - 2$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -5$$

$$4- \vec{A} \times \vec{B} = (i + 3j - 2k) \times (3i - 2j + k)$$

$$4- \vec{A} \times \vec{B} = (i + 3j - 2k) \times (3i - 2j + k)$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = i(3 - 4) + j(-6 - 1) + k(-2 - 9)$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -i - 7j - 11k$$

$$5- \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\cos \theta = (\vec{A} \cdot \vec{B}) / AB \rightarrow$$

$$\theta = \cos^{-1} [(\vec{A} \cdot \vec{B}) / AB]$$

$$A = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}$$

$$B = (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)^{1/2}$$

$$\theta = 110.6^\circ$$

مسائل على تطبيقات في الحركة في بعد واحد

مثال 1: اذا كان سرعة انطلاق طائرة عمودية (100m/s)، فما مقدار تعجلها اذا استقرت في وضعها الافقي بعد ان قطعت مسافة عمودية مقدارها (100m)، وما مقدار الزمن الذي تستغرقه؟
الحل:

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

$$(100)^2 = 0 + 2a(100)$$

$$a = \frac{10000}{200} = 50 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + at \longrightarrow 100 = 0 + 50 t$$

$$\therefore t = \frac{100}{50} = 2 \text{ s}$$

مثال 2: تتحرك سيارة بسرعة (60km/hr) بتعجيل قدره (1.5m/s²)، ما الزمن اللازم لكي تقطع السيارة مسافة (70m) اثناء التباطؤ

الحل

$$v = \frac{60 \text{ km}}{\text{h}} \times \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600} \right) = 16.7 \text{ m/s}$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax = (16.7)^2 + 2(-1.50)(70) = 279 - 210 = 8.30 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{8.30 - 16.7}{-1.5} = 5.6 \text{ s}$$

مثال (3): حتى تقلع طائرة من حاملة طائرات في البحر تزود بتسارع ثابت هو (40m/s^2) خلال مدة قصيرة (1.8s) ، ما المسافة التي تقطعها الطائرة خلال هذه المدة

$$t=1.8\text{s} \quad a=40\text{m/s}^2 \quad v_0 = 0$$

المطلوب حساب المسافة x

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 0 + \frac{1}{2} (40) \times (1.8)^2 \\ = 65\text{m}$$

مثال (4) : تبدأ سيارة حركتها من السكون وتتسارع بمعدل قدره (4m/s^2) خلال مسافة قدرها (20m) ، ماهي سرعة السيارة وما الزمن اللازم لقطع مسافة (20m)

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax = 0 + 2(4)(20) = 160\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_2 = \sqrt{160\text{m}^2/\text{s}^2} = \pm 12.6\text{m/s}$$

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{12.6 - 0}{4}$$

$$t = 3.15\text{s}$$

السقوط الحر والحركة في مجال الجاذبية

1. الأساس الفيزيائي ومبدأ التكافؤ

تُعرف حركة السقوط الحر بأنها الحركة التي يتأثر فيها الجسم بقوة الجاذبية الأرضية فقط. في هذا السياق، يجب التمييز بين نوعين من الكتلة:

- **كتلة القصور الذاتي (m_i):** وهي ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية وفق قانون نيوتن الثاني ($F = m_i a$). هنا، الكتلة تعيق التسارع؛ فكلما زادت m_i ، احتجنا لقوة أكبر لنكسب الجسم نفس التسارع.
- **الكتلة الجاذبية (m_g):** وهي استجابة الجسم لمجال الجاذبية وفق قانون الجذب العام ($F = m_g g$). هنا، الكتلة تزيد من القوة؛ فكلما زادت m_g ، زادت قوة جذب الأرض للجسم.

يعد مبدأ التكافؤ (Equivalence Principle) حجر الزاوية الذي يفسر لماذا تسقط جميع الأجسام بنفس التسارع مهما اختلفت كتلتها.

عندما يسقط جسم ما، فإن القوة المسببة للحركة هي وزنه ($m_g \cdot g$)، والجسم الذي يقاوم هذه القوة هو قصوره الذاتي ($m_i \cdot a$). بمساواة المعادلتين:

$$m_i \cdot a = m_g \cdot g$$

$$a = \left(\frac{m_g}{m_i} \right) \cdot g$$

لقد وجد العلماء (مثل تجارب إيتفوش) أن النسبة $\frac{m_g}{m_i}$ تساوي 1 بدقة متناهية لجميع المواد. هذا يعني أن: $a = g$

بما أن التجارب الدقيقة أثبتت أن $m_i = m_g$ ، فإن التسارع a يصبح مساوياً لثابت الجاذبية g لجميع الأجسام مهما اختلفت كتلتها.

التفسير: الجسم الأثقل تجذبه الأرض بقوة أكبر (لأن كتلته الجاذبية أكبر)، لكنه في الوقت ذاته يمتلك ممانعة أكبر للحركة بنفس المقدار تماماً. الزيادة في القوة تُلغى تماماً بفعل الزيادة في الممانعة، فيبقى التسارع ثابتاً للجميع.

نحسب التسارع عند سطح الأرض بمساواة الوزن بقانون الجذب العام:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$g = \frac{(6.674 \times 10^{-11}) \cdot (5.972 \times 10^{24})}{(6.371 \times 10^6)^2} \approx 9.81 \text{ m/s}^2$$

الرمز	المعنى الفيزيائي	الوحدة
G	ثابت الجذب العام (6.674×10^{-11})	$N \cdot m^2/kg^2$
M_e	كتلة الأرض (5.97×10^{24})	kg
R_e	نصف قطر الأرض (6.37×10^6)	m

تغير قيمة g مع الارتفاع

قيمة تسارع الجاذبية ليست ثابتة بشكل مطلق، بل تتبع العلاقة التالية: $g(h) = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$

الرمز	المعنى الفيزيائي	الوحدة
G	ثابت الجذب العام (6.674×10^{-11})	$N \cdot m^2 / kg^2$
M_e	كتلة الأرض (5.97×10^{24})	kg
R_e	نصف قطر الأرض (6.37×10^6)	m
h	الارتفاع عن سطح الأرض	m

لماذا نستخدم $(R_e + h)$ ؟ تُقاس الجاذبية من مركز كتلة الأرض. لذا، إذا كان الجسم على ارتفاع h ، فإن البعد

الحقيقي هو نصف قطر الأرض R_e مضافاً إليه الارتفاع.

وفقاً لقانون الجذب العام، تُقاس المسافة دائماً من مركز كتل الأجسام وليس من أسطحها. بالنسبة للأرض، مركز الكتلة يقع في مركز الكرة الأرضية تماماً.

- إذا كان الجسم على السطح: المسافة هي نصف قطر الأرض فقط R_e .
- إذا كان الجسم مرتفعاً: يجب إضافة الارتفاع العمودي h لتحديد البعد الحقيقي عن المركز.

لماذا نهمل h في المسائل البسيطة؟ (المقارنة العددية)

لتوضيح سبب اعتبار الجاذبية ثابتة في حياتنا اليومية، يجب وضع الأرقام في سياقها الهندسي:

- نصف قطر الأرض: $R_e \approx 6,371,000$ متر.
- إذا سقط جسم من طابق عاشر: $h \approx 30$ متر فقط.

بإجراء عملية الجمع لتحديد المسافة من المركز:

$$6,371,000 + 30 \approx 6,371,000$$

بسبب هذا الفارق الهائل بين الرقمين، يظل الكسر في معادلة الجاذبية دون تغيير ملموس، وبالتالي تظل قيمة g قريبة جداً من 9.8 m/s^2 .

في فيزياء الأقمار الصناعية أو المقذوفات بعيدة المدى (حيث تصل h لآلاف الكيلومترات)، يصبح h رقماً "مؤثراً" مقارنة بـ R_e . في هذه الحالة، يصبح إهمال الارتفاع **خطأ فادحاً** يؤدي لفشل المهمة تماماً.

2. الاشتقاق الرياضي

نبدأ بوصف الحركة من خلال المشتقات الزمنية. سنعتبر الاتجاه الرأسي للأعلى هو الاتجاه الموجب لمحور y .

2.1 معادلة السرعة اللحظية

بما أن التسارع هو مشتقة السرعة بالنسبة للزمن، وبما أن اتجاه الجاذبية للأسفل (عكس المحور الموجب):

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= -g \\ \int_{v_0}^v dv &= \int_0^t -g dt \\ v - v_0 &= -gt \\ v &= v_0 - gt\end{aligned}$$

لماذا الإشارة السالبة؟ تظهر الإشارة السالبة أمام g لأن قوة الجاذبية تسحب الأجسام دائماً باتجاه مركز الأرض، وهو ما اصطلاحنا على اعتباره الاتجاه السالب في نظامنا الإحداثي.

2.2 معادلة الموقع الزمني (الإزاحة)

السرعة هي مشتقة الموقع بالنسبة للزمن ($v = dy/dt$):

$$\begin{aligned}\int_{y_0}^y dy &= \int_0^t (v_0 - gt) dt \\ y(t) &= y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2\end{aligned}$$

3. تطبيقات ومسائل

مثال (1): أوجد أقصى ارتفاع يصل إليه جسم قُذِف للأعلى بسرعة v_0 .
عند أقصى ارتفاع تكون السرعة اللحظية $v = 0$. بالتعويض في معادلة السرعة المربعة:

$$0 = v_0^2 - 2g\Delta y \implies \Delta y_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

مثال (2) : إذا كان تعجيل الجاذبية عند سطح الأرض هو 9.81 m/s^2 ، فما هي قيمته عند ارتفاع $h = R_e$ (أي ارتفاع يساوي نصف قطر الأرض)؟

الحل:

نستخدم معادلة الجاذبية العامة مع التعويض عن المسافة الكلية بـ $(R_e + h)$:

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

بما أن $h = R_e$ ، فإن المقام يصبح $4R_e^2 = (2R_e)^2 = (R_e + R_e)^2$:

$$g_h = \frac{GM_e}{4R_e^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{GM_e}{R_e^2} \right)$$

$$g_h = \frac{1}{4} g_0 = \frac{9.81}{4} = 2.45 \text{ m/s}^2$$

الاستنتاج: عند مضاعفة البعد عن مركز الأرض، تقل الجاذبية إلى الربع (قانون التربيع العكسي).

ماذا يعني "قانون التربيع العكسي" في هذا المثال؟

ينص القانون على أن شدة الجاذبية تتناسب عكسياً مع مربع المسافة من المركز ($g \propto 1/r^2$).

- عندما تضاعفت المسافة من المركز (r أصبحت $2r$).
- فإن الجاذبية لا تقل للنصف، بل تقل بمقدار **المربع**: $(2)^2 = 4$.
- لذلك، أصبحت الجاذبية عند ذلك الارتفاع هي **الربع (1/4)** فقط من قيمتها عند السطح.

تمارين السقوط الحر

مثال 1 : سقط جسم من سكون من قمة برج بارتفاع 80 m . احسب زمن السقوط وسرعة الارتطام.

الحل:

$$y = v_i t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \implies 80 = \frac{1}{2} (9.8) t^2$$

$$80 = 4.9 t^2 \implies t^2 = \frac{80}{4.9} \approx 16.32$$

$$t = \sqrt{16.32} \approx 4.04\text{ s}$$

السرعة النهائية: $v_f = v_i + g t$

بما أن $v_i = 0$

$$v_f = g \cdot t = 9.8 \times 4.04 \approx 39.6\text{ m/s}$$

أو باستخدام المعادلة التي تربط السرعة بالإزاحة مباشرة (بدون زمن):

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gy$$

بما أن $v_i = 0$

$$v_f = \sqrt{2 \times 9.8 \times 80} = \sqrt{1568} \approx 39.6\text{ m/s}$$

مثال 2 : قُذف حجر رأسياً للأعلى بسرعة ابتدائية 25 m/s . احسب أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر قبل أن يبدأ بالسقوط.

الحل: عند أقصى ارتفاع تكون السرعة النهائية $v_i = 0$

$$v_f^2 = v_i^2 - 2gy \implies 0 = (25)^2 - 2(9.8)y$$

$$19.6y = 625 \implies y = \frac{625}{19.6}$$

$$y \approx 31.89\text{ m}$$

مثال 3 : احسب المسافة التي يقطعها جسم يسقط سقوطاً حراً خلال الثانية الثالثة فقط من حركته.

$$y = v_i t + \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{الحل: المسافة في الثانية الثالثة} = y(t=3) - y(t=2)$$

$$y_3 = \frac{1}{2} (9.8) (3)^2 = 4.9 \times 9 = 44.1 \text{ m}$$

$$y_2 = \frac{1}{2} (9.8) (2)^2 = 4.9 \times 4 = 19.6 \text{ m}$$

$$\Delta y = 44.1 - 19.6 = 24.5 \text{ m}$$

لماذا اخترنا اللحظة (t=2) كبداية للثانية الثالثة؟

$$t = 0 \rightarrow t = 1$$

الثانية الأولى:

الاستنتاج المنطقي للمسألة:

$$t = 1 \rightarrow t = 2$$

الثانية الثانية:

$$t = 2 \rightarrow t = 3$$

الثانية الثالثة:

- لحساب ما حدث في **الثانية الثالثة فقط**، يجب أن نطرح الحالة عند **نهايتها** (t=3) من الحالة عند **بدايتها** (t=2).
- لو طرحنا المسافة عند (t=1)، سنكون قد حسبنا مسافة (الثانية الثانية + الثانية الثالثة) معاً، وهذا ليس المطلوب.

مثال 4 : قذف جسم من قمة بناية بسرعة 5 m/s نحو الأسفل، فإذا ارتطم بالأرض بسرعة 25 m/s ، فما هو ارتفاع البناية؟

الحل: نستخدم العلاقة التي لا تعتمد على الزمن:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gy \implies (25)^2 = (5)^2 + 2(9.8)y$$

$$625 = 25 + 19.6y \implies 19.6y = 600$$

$$y \approx 30.61 \text{ m}$$

مثال 5 : قُذِفَ حجر للأعلى ليعود إلى نقطة القذف بعد زمن كلي قدره s 6. احسب أقصى ارتفاع وصل إليه.

$$y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2 \text{ : معادلة الإزاحة الرأسية}$$

خطوات التحليل: في حركة المقذوفات الرأسية، زمن الصعود يساوي زمن الهبوط (في حال العودة لنفس المستوى) ، لذا زمن الصعود s 3 = $6/2 = t_{up}$.2. عند أقصى ارتفاع، يمكننا تخيل الجسم يسقط من سكون من تلك القمة لأسفل خلال s 3.

$$y_{max} = \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{max} = \frac{1}{2} (9.8) (3)^2 = 4.9 \times 9$$

أقصى ارتفاع: m 44.1

مثال 6 : سقط حجر من سكون، وفي الثانية الأخيرة من حركته قطع مسافة قدرها m 34.3. احسب الارتفاع الكلي.

مسافة الثانية رقم n هي: $\Delta y = y_n - y_{n-1}$

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2 - \frac{1}{2} g (t-1)^2$$

$$34.3 = 4.9 [t^2 - (t^2 - 2t + 1)]$$

$$34.3 = 4.9 (2t - 1) \implies 7 = 2t - 1 \implies 2t = 8$$

إذن الزمن الكلي للسقوط هو s 4 = t . الارتفاع الكلي نطبقه في المعادلة الأصلية للإزاحة:

$$y = \frac{1}{2} (9.8) (4^2) = 4.9 \times 16$$

الارتفاع الكلي: m 78.4

مثال 7 : جسمان أحدهما كتلته ضعف الآخر ، سقطا من نفس الارتفاع في فراغ. أيهما يصل للأرض بسرعة أكبر؟ ولماذا؟

الحل: يصلان في نفس الوقت وب نفس السرعة؛ لأن تسارع الجاذبية g لا يعتمد على كتلة الجسم الساقط (بإهمال مقاومة الهواء).

مثال 8 : أثبت رياضياً لماذا يصل جسمان مختلفا الكتلة (m_1, m_2) للأرض بنفس السرعة عند سقوطهما من نفس الارتفاع.

الاشتقاق من القانون الأصلي:

من قانون نيوتن الثاني $F = ma$ ، وبما أن القوة الوحيدة المؤثرة هي الوزن $F_g = mg$ ، فإن:

$$mg = ma \implies a = g$$

بتعويض ذلك في معادلة السرعة المستقلة عن الزمن:

$$v_f^2 = v_i^2 - 2gy$$

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

الاستنتاج: نلاحظ أن المعادلة النهائية للسرعة لا تحتوي على رمز الكتلة (m)، مما يثبت أن سرعة الارتطام تعتمد فقط على الارتفاع والتعجيل.

مثال 9 : قُذِفَ جسم للأعلى بسرعة 30 m/s . احسب سرعته عندما يكون على ارتفاع 25 m .

الحل: نستخدم المعادلة الثالثة:

$$v_f^2 = v_i^2 - 2gy$$

$$v_f^2 = 30^2 - 2(9.8)(25) = 900 - 490 = 410$$

$$v_i = \sqrt{410} \approx 20.25 \text{ m/s}$$

مثال 10: كرة (أ) تسقط من ارتفاع 100 m ، وفي نفس اللحظة كرة (ب) تقذف للأعلى من الأرض بسرعة 50 m/s . متى وأين يلتقيان؟

نحن نعلم أن قانون الإزاحة هو: $\Delta y = v_i t + \frac{1}{2}gt^2$.

وبما أن الإزاحة هي الفرق بين الموقع النهائي والموقع الابتدائي $(\Delta y = y_f - y_i)$ ، يمكننا كتابة القانون بصيغة الموقع:

$$y_f = y_i + v_i t + \frac{1}{2}gt^2$$

1. تحليل الكرة الساقطة (أ):

- الموقع الابتدائي: $y_i = 100\text{ m}$ (لأنها بدأت من القمة).
- السرعة الابتدائية: $v_i = 0$
- التسارع: $-g = -9.8\text{ m/s}^2$

بالتعويض في قانون الموقع:

$$y_1 = 100 + (0)t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$$

$$y_1 = 100 - 4.9t^2$$

2. تحليل الكرة المقذوفة (ب):

- الموقع الابتدائي: $y_i = 0$ (لأنها بدأت من سطح الأرض).
- السرعة الابتدائية: $v_i = 50\text{ m/s}$

• التسارع: $-g = -9.8 \text{ m/s}^2$

بالتعويض في قانون الموقع:

$$y_2 = 0 + (50)t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$$

$$y_2 = 50t - 4.9t^2$$

3. إيجاد نقطة الالتقاء:

يلتقي الجسمان عندما يكون لهما نفس الإحداثي الصادي ($y_1 = y_2$):

$$100 - 4.9t^2 = 50t - 4.9t^2$$

$$100 = 50t \implies t = 2 \text{ s}$$

الموقع (الارتفاع من الأرض):

$$y = 50(2) - 4.9(2)^2 = 100 - 19.6 = 80.4 \text{ m}$$

مثال 11 : أثبت رياضياً أنه إذا قُذِفَ جسم للأعلى بسرعة ابتدائية v_i ، فإن سرعته عند عودته لنفس نقطة الانطلاق ستكون مساوية لـ $-v_i$.

أولاً: الإثبات باستخدام معادلات الحركة

1. إيجاد زمن الوصول لأقصى ارتفاع (t_{up}) :

عند أقصى ارتفاع، تكون السرعة النهائية اللحظية $v_f = 0$. نستخدم المعادلة الأصلية للسرعة:

$$v_f = v_i - gt$$

$$0 = v_i - gt_{up} \implies t_{up} = \frac{v_i}{g}$$

2. حساب الزمن الكلي للرحلة (t_{total}) :

بما أن زمن الصعود يساوي زمن الهبوط في غياب مقاومة الهواء:

$$t_{total} = 2 \times t_{up} = \frac{2v_i}{g}$$

3. حساب السرعة عند نهاية الزمن الكلي:

نعوض الزمن الكلي في معادلة السرعة اللحظية مرة أخرى:

$$v_f = v_i - g(t_{total})$$

$$v_f = v_i - g\left(\frac{2v_i}{g}\right)$$

$$v_f = v_i - 2v_i$$

$$v_f = -v_i$$

التفسير الفيزيائي للنتيجة:

- **المقدار:** السرعة بقيت كما هي، وهذا يعني أن الطاقة الحركية التي بدأ بها الجسم لم تُفقد، بل تحولت لطاقة وضع ثم عادت لطاقة حركية.
- **الإشارة السالبة:** تعني أن الجسم الآن يتحرك في الاتجاه المعاكس (للأسفل).

ثانياً: إثبات بديل (باستخدام معادلة الإزاحة المستقلة عن الزمن)

عند العودة للنقطة نفسها، الإزاحة الكلية $\Delta y = 0$:

$$v_f^2 = v_i^2 - 2g(\Delta y)$$

$$v_f^2 = v_i^2 - 2g(0)$$

$$v_f^2 = v_i^2 \implies v_f = \pm \sqrt{v_i^2}$$

$$v_f = -v_i$$

لماذا اخترنا الإشارة السالبة $(-v_i)$ ؟

الجذر الرياضي يعطي قيمتين (+ و -). في الفيزياء، نختار الإشارة بناءً على سلوك الجسم:

الإشارة الموجبة تمثل لحظة الانطلاق (الحركة للأعلى).

الإشارة السالبة تمثل لحظة العودة (الحركة للأسفل).

بما أن السؤال يطلب السرعة عند **العودة**، فمن الضروري فيزيائياً اختيار الإشارة السالبة لتدل على أن اتجاه السرعة أصبح للأسفل.

1. الحركة الدائرية (Circular Motion)

لقد تناولنا في المحاضرات السابقة لمادة الفيزياء العامة وصف الحركة الخطية (Linear Motion) وهي حركة انتقالية على خط مستقيم يتغير فيها موضع الجسم بمرور الزمن بينما يبقى اتجاه الحركة ثابتاً. والآن وفي هذه المحاضرة من الفيزياء العامة نتناول دراسة نوع آخر من الحركة وهي الحركة الدائرية (Circular Motion) .

الحركة الدائرية : هي حركة انتقالية في مسار دائري أو على محيط دائرة، حيث يتغير اتجاه الحركة على محيط الدائرة باستمرار مع مرور الزمن

لكي يستمر الجسم في حركته على محيط دائرة، لابد أن يكون اتجاه السرعة التي يتحرك بها الجسم مماساً لمحيط الدائرة وقد يكون مقدار السرعة في هذه الحالة ثابتاً أو متغيراً. وكثيراً ما نقابل هذا النوع من الحركة في الطبيعة وفي حياتنا اليومية مثل:

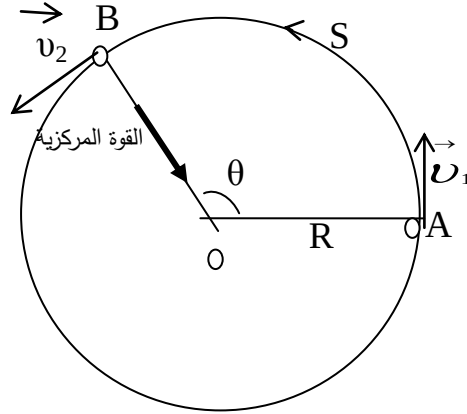
- حركة السيارات والدراجات على المسارات الدائرية والمنعطفات؛
- حركة الكواكب حول الشمس؛
- حركة الأقمار الطبيعية والأقمار الصناعية حول الأرض وحول الكواكب الأخرى.

ولذلك فإن دراسة الحركة الدائرية مهمة جداً لفهم طبيعة هذه الحركة ومعرفة القوى المؤثرة فيها. فالجسم الذي يتحرك في حركة دائرية يقع تحت تأثير قوة في اتجاه مركز الدائرة، وطبقاً لقانون نيوتن الثاني:

فإن هذه القوة تُكسب الجسم تسارع ويكون اتجاه التسارع هو نفس اتجاه القوة أي نحو مركز الدائرة وعمودياً على اتجاه سرعة الجسم المماس لمحيط الدائرة (انظر الشكل (1-1)).

ويعتبر دوران الأقمار الطبيعية والإصطناعية حول الكواكب ودوران الكواكب حول الشمس في مداراتها من الأمثلة التي يتحرك فيها الجسم في مدار دائري (أو شبه دائري) تحت تأثير قوة التناقل (الجاذبية) بين الأجسام المادية، كما أن قوة الجذب الكهربائية بين النواة الموجبة والإلكترونات السالبة الشحنة تسبب دوران الإلكترونات في مدارات حول النواة.

1.1. السرعة في الحركة الدائرية



شكل (1-1): الإزاحة الزاوية θ والإزاحة المماسية S

نلاحظ في الشكل (1-1) جسم يتحرك على محيط دائرة مركزها النقطة (O) ونصف قطرها (R) منتقلا من النقطة A إلى النقطة B في زمن قدره (t). حيث أن نصف القطر OA يتحرك مع الجسم مسافة S على محيط الدائرة من A إلى B في الفترة الزمنية (t). كما نلاحظ أن حركة نصف القطر هذه تكون زاوية مركزية هي $\angle AOB$ والتي ترمز لها بالحرف (θ) (تتطق ثيتا (theta)، وتسمى هذه الزاوية بالإزاحة الزاوية للحركة الدائرية (Angular Displacement) أما الإزاحة الخطية (Linear Displacement) فهي تساوي طول القوس (AB) وسوف نرمز لها بالرمز (S) وتقاس بالمتري.

وحدة الإزاحة الزاوية: تقاس الإزاحة الزاوية

- بالزاوية النصف قطرية (Radian) وترمز لها بالرمز rad أو راديان وهي الوحدة المستخدمة لقياس الزوايا في نظام التقدير الدائري.
- أو بالدرجات في النظام الستيني لقياس الزوايا.

الزاوية النصف قطرية : هي الزاوية المركزية التي يكون طول القوس المقابل لها مساوياً لنصف قطر الدائرة.

و أما الدائرة الكاملة فمحيطها يساوي $2\pi R$ ، حيث R نصف القطر. إذن تحتوي الدائرة على 2π زاوية نصف قطرية نظراً لأن النسبة بين محيط الدائرة ونصف قطرها تساوي 2π . ونستنتج من ذلك أن الزاوية النصف قطرية التي مقدارها 2π rad تساوي زاوية مقدارها (360°) بالتقدير الستيني، أي أن:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi = 3.14$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.3^\circ$$

ولمعرفة العلاقة بين الإزاحة الزاوية θ والإزاحة الخطية (طول القوس) S نستخدم القانون الرياضي المعروف:

الزاوية المركزية المقابلة للقوس بالدرجات النصف قطرية = طول القوس S \ نصف القطر R

$$\theta = S/R$$

$$(1-1)$$

$$\therefore S = R \theta$$

طول القوس

∴

◀ مثال (1-1)

خيط ملفوف حول عجل نصف قطره (25 cm). أوجد الزاوية بالتقدير الستيني المطلوبة لإدارة العجل لإطلاق (50 cm) من الخيط .

الحل:

عندما تدور نقطة على حافة العجل على قوس طوله S فإن طول الخيط المفكوك سيساوي أيضاً S . والمعادلة (1-1) تبين لنا العلاقة بين طول القوس والزاوية التي تلف العجل بها هي

$$\theta = \frac{S}{R}$$

طول الخيط المفكوك S : S = 50 cm = 0.5 m ,

نصف القطر R : R = 25cm = 0.25 m

الزاوية بالتقدير الدائري:

$$\theta = 0.5/0.25 = 2\text{rad}$$

الزاوية بالتقدير الستيني

$$\theta = 2 \times 180/\pi = 114.6^{\circ}$$

1.1.1. السرعة الزاوية: (Angular Velocity)

السرعة الزاوية المتوسطة (Mean angular Velocity) هي النسبة بين الإزاحة الزاوية (θ) والزمن الذي تتم فيه الإزاحة، ويرمز لها $\bar{\omega}$ (وتتطابق أوميكا Omega)

$$\bar{\omega} = \theta / t$$

وحدات السرعة الزاوية $\bar{\omega}$ المتوسطة هي:

وحدات الزاوية مقسومة على وحدات الزمن أو الزاوية النصف قطرية في الثانية (rad/s).

و أما السرعة الزاوية اللحظية ω :

فهي السرعة الزاوية عند لحظة زمنية محددة ، يرمز لها بالرمز ω يمكن استنتاجها من

تعريف

السرعة الزاوية المتوسطة السابقة وذلك باستخدام إزاحة زاوية مقدارها صغير جداً $\Delta\theta$ في زمن صغير جداً Δt ثم نأخذ النسبة بين الإزاحة الزاوية والفترة الزمنية عندما تقترب الفترة الزمنية من الصفر. ويكتب تعريف السرعة الزاوية اللحظية بالطريقة التالية:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (3-1)$$

المقدار في الطرف الأيمن للمعادلة (3-1) هو معدل تغير الإزاحة الزاوية بالنسبة للزمن أي

هي المشتقة الأولى للإزاحة الزاوية بالنسبة للزمن ويرمز له بالرمز $(d\theta/dt)$

عندما يصنع الجسم المتحرك في دائرة إزاحات زاوية متساوية في فترات زمنية متساوية مهما كان مقدار الإزاحة صغيراً ومهما قلت الفترة الزمنية فإن السرعة الزاوية للحركة الدائرية تكون سرعة منتظمة. لاحظ أنه في حالة الحركة الدائرية بسرعة زاوية منتظمة فإن السرعة الزاوية المتوسطة تتساوى مع السرعة الزاوية الثابتة. أي أن:-

$$\bar{\omega} = \omega$$

2.1.1 التسارع الزاوي (Angular Acceleration):

الحركة الدائرية التي تتغير فيها السرعة الزاوية بمرور الزمن مثل حركة عجلات السيارات والماكينات في المصانع والمراوح عند بداية تشغيلها أو عند إيقافها حيث تتغير سرعة الحركة الدائرية بالزيادة أو النقصان يسمى تسارع الحركة الدائرية المتسارعة (أو المتباطئة) أو المعجلة بالتسارع الزاوي المتوسط نرسم له بالرمز α (حرف إغريقي ينطق ألفا Alpha) لجسم يتحرك حركته دائرية معجلة عندما تتغير سرعة الجسم الزاوية من ω_0 (تنطق أوميغا الابتدائية) إلى ω خلال زمن t يعطي بالعلاقة

$$\bar{\alpha} = (\omega - \omega_0) / t \quad (4-1)$$

وحدات التسارع الزاوي المتوسط هي:

هي وحدات السرعة الزاوية مقسومة على وحدات الزمن (rad/s^2) .

- يكون التسارع الزاوي تسارعاً تزايدياً إذا كانت السرعة الزاوية النهائية أكبر من السرعة الابتدائية $(\omega > \omega_0)$.
- ويكون تسارعا تناقصياً (تباطؤ أو تقاصر) إذا كان $(\omega < \omega_0)$.

ملاحظة

إذا كان التسارع الزاوي منتظماً فإنه يمكن استنتاج معادلات للحركة الزاوية بتسارع منتظم بإستعمال معادلات الحركة الخطية بتسارع منتظم التي مرت عليك في السابق

ويمكن كتابة معادلات الحركة الدائرية بتسارع منتظم التي تربط بين الإزاحة الزاوية θ والسرعة الزاوية ω والتسارع الزاوي α بقوانين الحركة في خط مستقيم حيث الإزاحة الخطية S و السرعة الخطية v والتسارع الخطي a , كما يلي:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (5-1)$$

وهي تقابل معادلة الحركة بعجلة منتظمة في خط مستقيم للسرعة , أي

$$v = v_0 + at$$

وكذلك للإزاحة الزاوية

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (6-1)$$

وهي تقابل معادلة الحركة بعجلة منتظمة في خط مستقيم للمسافة , أي

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

أما

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \quad (7-1)$$

فتقابل معادلة الحركة بعجلة منتظمة في خط مستقيم لمربع السرعة , أي

$$v^2 = v_0^2 + 2aS$$

◀ مثال (2-1)

مروحة تدور بمعدل (180) دورة في الدقيقة. أحسب السرعة الزاوية للمروحة. وإذا أوقفت المروحة بقطع التيار الكهربائي عنها فوصلت إلى حالة السكون بعد نصف دقيقة، فما هو التباطؤ الزاوي للمروحة بفرض أنه منتظم؟ وما الزاوية التي دارتها المروحة من لحظة قطع التيار إلى لحظة وصولها للسكون؟

الحل:

السرعة الزاوية للحركة الدائرية للمروحة (ω) = عدد الدورات في الثانية $\times 2\pi$

$$\omega = \frac{180}{60} \times 2\pi = 6\pi \quad \text{rad/s}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (5-1) \quad \text{لإيجاد التباطؤ الزاوي، نستخدم المعادلة}$$

$$\omega=0, \quad \omega_0=6\pi \text{ rad/s}, \quad t=30 \text{ s} \quad \text{حيث}$$

ω هي السرعة الزاوية النهائية، تساوي صفراً لأن المروحة توقفت عن الحركة.

$$0 = 6\pi + 30\alpha$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{5} \text{ rad/s}^2$$

والإشارة السالبة تدل على أن العجلة تناقصية أي تباطؤ.

ولإيجاد الزاوية (θ) التي تدورها المروحة قبل أن تتوقف نستخدم المعادلة (6-1)

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = 6\pi \times 30 + \frac{1}{2} \left(-\frac{\pi}{5} \right) \times (30)^2 = 180\pi - 90\pi$$

$$\therefore \theta = 90\pi \text{ rad}$$

3.1.1. التردد والزمن الدوري:

• التردد (Frequency) :

يُعرف بأنه عدد الدورات الكاملة التي يدورها الجسم المتحرك حركة دائرية في الثانية الواحدة. ويرمز له بالرمز (f)

ووحداته هي دورة لكل ثانية أو s^{-1} وتسمى هيرتز (Hertz) ويرمز له بالرمز * (Hz).

• الزمن الدوري (Period):

هو الزمن الذي يستغرقه الجسم ليدور دورة كاملة في مساره الدائري، ووحداته هي الثانية (s) ويرمز له بالرمز (T) .

* سميت على اسم العالم هيرنز Hertz (1857-1894) الذي قدم أبحاث كثيرة في مجال الإرسال اللاسلكي.

ومن تعريفي التردد والزمن الدوري أعلاه يتضح أن العلاقة بينهما هي

$$f = \frac{1}{T}$$

ويمكن إيجاد العلاقة بين الزمن الدوري (T) والسرعة الزاوية (ω) بالنسبة لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة إذا علمنا أن الزمن الدوري يساوي الزمن الذي يقطع فيه الجسم مسافة زاوية تساوي

$$\omega = 2\pi/T \quad \text{وبذلك فإن: } (2\pi \text{ rad})$$
$$T = 2\pi/\omega$$

أو:

$$\omega = 2\pi / T \quad (8-1)$$

أما العلاقة بين التردد (f) والسرعة الزاوية ($2\pi \text{ rad}$) فهي

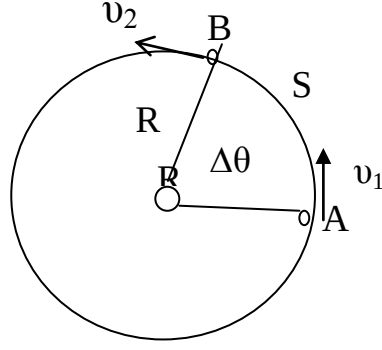
$$\omega = 2\pi f \quad (9-1)$$

4.1.1. السرعة المماسية v (Tangential Velocity)

السرعة المماسية في الحركة الدائرية :

هي السرعة التي يتحرك بها الجسم على محيط مساره الدائري. وفي الحركة الدائرية المنتظمة يكون فقط مقدار (v) ثابتاً، أما اتجاهها فهو يتغير باستمرار ويكون مماساً لمحيط الدائرة وعمودياً على نصف قطر الدائرة.

وتسمى السرعة المماسية أيضاً بالسرعة الخطية ولذلك سوف نرمز لها بالرمز v وهو رمز السرعة في الحركة الخطية،. (أنظر الشكل (1-2)) التالي:



الشكل (2-1): استنتاج السرعة المماسية

في الشكل (1-2) أن السرعة المماسية عند النقطة A هي v_1 ، وعند النقطة B هي v_2 . لاحظ أن $(\vec{v}_2 \neq \vec{v}_1)$ حتى ولو كان الجسم يتحرك في حركة دائرية منتظمة (سرعة ثابتة) لأن اتجاه $\vec{v}_2$ يختلف عن اتجاه $\vec{v}_1$.

نفرض أن الجسم يتحرك بسرعة مقدارها ثابت ويساوي (v) على محيط الدائرة الموضحة في الشكل (1-2) التي نصف قطرها (R) . وخلال زمن قدره t بحيث يكون الجسم تحرك إزاحة زاوية مقدارها θ من النقطة (A) إلى النقطة (B)، وتكون إزاحته الخطية هي طول القوس (AB) أي (S). باستخدام المعادلة (1-1) نجد أن:

$$\theta = S/R$$

ولكن السرعة الزاوية للجسم تساوي

$$\omega = \theta/t = \frac{S/R}{t} = \left(\frac{S}{t}\right)/R$$

والمقدار (S/t) يساوي السرعة المماسية (السرعة الخطية).

$$\omega = \theta/t = v/R$$

أي أن السرعة المماسية

$$v = \omega R \quad (10-1)$$

وحدات v في النظام الدولي للوحدات هو (m/s).

وعليه إذا كانت السرعة الزاوية (ω) متغيرة فإن السرعة المماسية ستكون أيضاً متغيرة والمعادلة (10-1) توضح لنا أن معدل تغير السرعة المماسية يساوي معدل تغير السرعة الزاوية مضروباً في نصف

القطر (R). معدل تغير السرعة المماسية يسمى التسارع المماس وسوف نرسم له a_t حيث يرمز حرف t إلى Tangential أي مماس

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = \alpha R$$

ويعطى هذا التسارع من (10-1) بالعلاقة:

$$a_t = \alpha R \quad (1-11)$$

حيث α هو التسارع الزاوي.

وحدات (التسارع a_t المماس) هي (m/s^2) أما وحدات التسارع الزاوي كما عرفنا سابقاً هي تساوي (rad/s^2)

◀ مثال (3-1)

عجلة تدور بمعدل ثلاث دورات في الثانية الواحدة. ما قيمة السرعة المماسية (الخطية) لنقطة على حافة العجلة إذا كان نصف قطر العجل (15cm) ؟ وإذا زاد معدل دورات العجلة بانتظام إلى أن وصل إلى خمس دورات في الثانية خلال (10 s) ، فما التسارع المماسي للنقطة على حافة العجلة؟

الحل

$$\omega = 3 \times 2\pi = 6\pi \text{ rad / s} \quad \text{السرعة الزاوية} =$$

$$v = \omega R = (6\pi) \times (0.15\text{m}) \quad \text{السرعة المماسية} =$$

$$\therefore v = 0.9\pi \text{ m / s}$$

$$\omega = 5 \times 2\pi = 10\pi \text{ rad/s} \quad \text{السرعة الزاوية}$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\alpha = (10\pi - 6\pi) / 10 = 0.4\pi \text{ rad / s}^2 \quad \therefore \text{التسارع الزاوي:}$$

$$a_t = \alpha R = (0.4\pi) \times (0.15) \quad \text{التسارع المماس}$$

1.2. التسارع المركزي (Centripetal Acceleration)

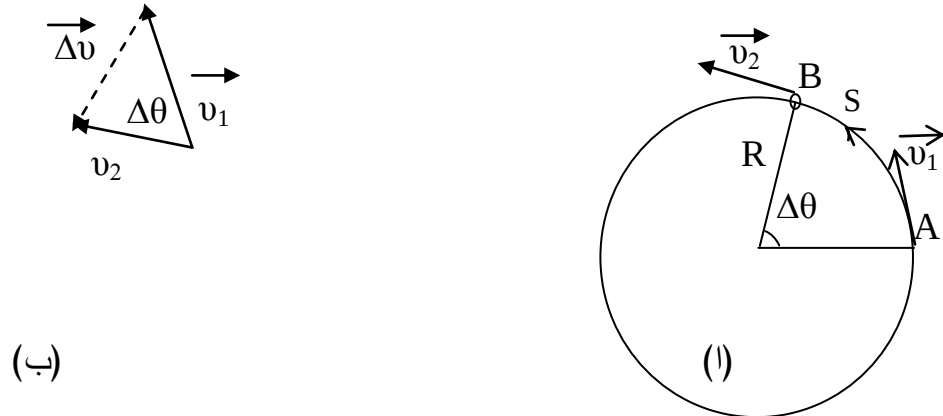
علمنا في بداية هذه المحاضرة أن الجسم الذي يتحرك حركة دائرية يقع تحت تأثير قوة تكون عمودية على اتجاه الحركة و في اتجاه مركز الدائرة التي يتحرك عليها الجسم. وتسمى هذه بالقوة التي تحفظ الجسم في مساره الدائري القوة الجاذبة المركزية (Centripetal Force) .

وطبقاً لقانون نيوتن الثاني للحركة ($F=ma$) الذي تعرفنا عليه في مقرر الفيزياء العامة فإن هذه القوة المركزية لها تسارع:

- يكون اتجاه التسارع هو نفس اتجاه القوة.
- ويسمى هذا التسارع تسارع (أو عجلة) الجذب المركزي (Centripetal acceleration) ،
- ويرمز له بالرمز (a_c) حيث يرمز الحرف c إلى كلمة (Centripetal) أي جذب مركزي، كما يرمز للقوة الجاذبة المركزية التي تسببه بالرمز F_c .

الآن يمكن إيجاد العلاقة الرياضية التي يمكن بواسطتها حساب تسارع الجذب المركزي في حالة الحركة الدائرية المنتظمة وذلك باستخدام الشكل (3-1).

يمثل الشكل (3-1) (أ) جسما يتحرك في دائرة نصف قطرها (R) بسرعة منتظمة. عندما ينتقل الجسم من الموضع (A) إلى الموضع (B) تتغير السرعة المماسية من $(\vec{v}_1)$ إلى $(\vec{v}_2)$ حيث يشير السهم أعلى السرعة إلى أنها متجه أي لها إتجاه أيضا وليس مقدار فقط.



الشكل (3-1) (أ) تغير اتجاهات السرعة في الحركة الدائرية (ب) مثلث متجهات السرعة

وواضح من الشكل (3-1) (ب) أن السرعة تغيرت في الاتجاه وليست في المقدار، أي أن مقدار

السرعة المماسية بالرغم من تغيير اتجاه السرعة ثابت

$$|v_2| = |v_1| = v$$

حيث v هو مقدار السرعة المماسية. وبناءً على ذلك فإن تسارع الجذب المركزي الذي تسبب في تغيير اتجاه السرعة سيكون:

$$\vec{a}_c = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

حيث تمثل $\Delta \vec{v}$ التغير في اتجاه السرعة و Δt هي الفترة الزمنية التي يأخذها الجسم ليتحرك من (A) إلى (B). إذاً مقدار التسارع يساوي:

$$a_c = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (i)$$

وبما أن المسافة التي قطعها الجسم على محيط الدائرة خلال الفترة الزمنية Δt هي S وبالتالي عند التعويض عن Δt في المعادلة (i) نجد أن:

$$a_c = \frac{v \Delta v}{S} \quad (ii)$$

وتلاحظ أن كلاً من المثلث OAB في الدائرة الموضحة في الشكل (3-1) (أ) ومثلث السرعات في الشكل (3-1) (ب) يحتويان على ضلعين متساويين يحصران بينهما زاوية مقدارها $(\Delta \theta)$ ، لذلك فإن هذين المثلثين متشابهان، ونستنتج من تشابههما أن:

$$\frac{\Delta v}{R} = \frac{AB}{v} \quad (iii)$$

حيث AB طول الخط المستقيم بين A و B .

وإذا كانت الفترة الزمنية (Δt) صغيرة جداً فإن النقطة B ستكون قريبه جداً من النقطة A وسيكون طول القوس S مساوياً تقريباً لطول الخط المستقيم AB والمعادلة (iii) ستؤول عند $(t \rightarrow 0)$ إلى:

$$\frac{\Delta v}{R} = \frac{S}{v}$$

أو

$$\therefore \Delta v = SR / v$$

وبالتعويض في المعادلة (ii) عن قيمة (Δv) نحصل على

$$a_c = v^2 / R \quad (12-1)$$

وبما أن المعادلة (12-1) تم الحصول عليها عندما $(\Delta t \rightarrow 0)$ فإنها تمثل تسارع الجذب المركزي اللحظي وهو التسارع عند لحظة زمنية معينة أو عند موضع معين على المسار الدائري. وبالتعويض عن قيمة $(v = \omega R)$ في المعادلة (12-1) نحصل على معادلة ثانية لتسارع الجذب المركزي بدلالة التردد الزاوي ω :

$$a_c = \omega^2 R \quad (13-1)$$

1.2.1. القوة الجاذبة المركزية (Centripetal Force)

باستخدام القانون الثاني لنيوتن نحصل على علاقة رياضية للقوة الجاذبة المركزية التي تسبب التسارع المركزي (a_c) :

$$\text{القوة الجاذبة المركزية} = \text{كتلة الجسم المتحرك} \times \text{تسارع الجذب المركزي}$$

فمن (12-1): نجد أن

$$F_c = m\omega^2 R \quad (14-1)$$

أو من (13-1):

$$F_c = mv^2 / R \quad (15-1)$$

المعادلة (15-1) تبين لنا أن:

- القوة الجاذبة المركزية تتناسب طردياً مع مربع السرعة مضروباً في كتلة الجسم،
- وتتناسب عكسياً مع نصف قطر المسار الدائري.

ويمكنك عزيزي الدارس، التأكد من ذلك بسهولة وذلك بالقيام بإدارة جسم في خيط في دائرة أفقية وستلاحظ أنه إذا أسرع الجسم في دورانه سيزداد الشد في الخيط. وإذا استخدمت جسم كتلته كبيرة فسيكون الشد في الخيط الذي يمثل القوة الجاذبة المركزية أكبر من الشد في حالة الكتلة الصغيرة وستلاحظ أيضاً أن النقصان في طول الخيط يؤدي لزيادة الشد في الخيط.

◀ مثال (4-1)

جسم كتلته (500gm) يدور في مسار دائري نصف قطره (80cm). أحسب السرعة المماسية والقوة الجاذبية المركزية عندما تكون سرعة دوران الجسم:
(أ) 5 دورات/ث. (ب) 3 دورات/ث

الحل:

$$(أ) \text{ السرعة الزاوية للجسم: } \omega = 5 \times 2\pi = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{السرعة المماسية: } v = \omega R = (10\pi \times 0.8) \text{ m/s}$$

لاحظ أننا حولنا وحدات السرعة لمتري/ث

$$v = 8\pi = 25.12 \text{ m/s}$$

القوة الجاذبة المركزية:

$$F_c = m \frac{v^2}{R}$$

$$m = 500 \text{ gm} = 0.5 \text{ kg}$$

$$F_c = (0.5) \times (25.12)^2 / (0.8) = 394.4 \text{ N}$$

(ب) السرعة الزاوية في هذه الحالة:

$$\omega = 3 \times 2\pi = 6\pi \text{ rad/s}$$

السرعة المماسية:

$$v = \omega R = (6\pi) \times (0.8) = 4.8\pi = 15.1 \text{ m/s}$$

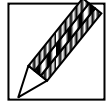
$$F_c = (0.5)(15.1)^2 / (0.8)$$

القوة الجاذبة المركزية:

$$\therefore F_c = 142.3 \text{ N}$$

وبلاحظ أن القوة الجاذبية المركزية زادت عندما زادت سرعة الحركة الدائرية للجسم.

تدريب (4)



1. قطر عجلة سيارة يساوي (60 cm)، وتدور العجلة بمعدل 720 دورة في الدقيقة بواسطة آلة ضبط الإطارات. أحسب سرعة نقطة على الحافة الخارجية للعجلة بوحدات (m/s). وإذا أوقفت الآلة ثم وصلت العجلة لحالة السكون بعد دقيقة، ما التقاصر الزاوي؟ وما التقاصر المماسي للعجلة بفرض أنهما منتظمان؟
2. تسير سيارة في طريق بسرعة (15m/s). فإذا كان نصف قطر عجلاتها (75cm)، فما سرعة عجلاتها بالدورات في الثانية وبالزوايا النصف قطرية في الثانية؟
3. جسيم كتلته ، ربط في خيط طوله ليدور في مسار دائري افقي نصف قطره يساوي طول الخيط بمعدل دورات في الثانية احسب
 - (1) السرعة المماسية (الخطية).
 - (2) التسارع المركزي .
 - (3) الشد في الخيط.

1.2.1. القوة الطاردة المركزية (F_f) (Centrifugal Force):

عزيزي الدارس،

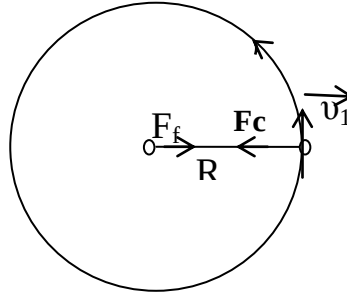
رأينا في الفقرة السابقة عزيزي الدارس، أن القوة الجاذبية المركزية تؤثر على الجسم المتحرك حركة دائرية لكي تحفظه في مساره الدائري.

وكما تعلم، عزيزي الدارس، فإن قانون نيوتن الثالث للحركة ينص على أن:

لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه.

وهذا يعني أنه لا بد من وجود القوة الطاردة المركزية مساوية للقوة الجاذبة المركزية وفي الاتجاه المعاكس لها. وبالتالي فالقوة الطاردة المركزية قوة رد فعل تؤثر على جسم آخر وليس

على نفس الجسم الذي يتحرك في دائرة. ويمكنك أن تتعرف أكثر على القوة الطاردة المركزية من خلال التجربة السابقة للجسم المربوط في خيط ومتحرك في مسار دائري في وضع أفقي. فإذا استخدمت كرة معدنية نصف قطرها صغير بالنسبة لطول الخيط فإن طول الخيط سيكون مساوياً تقريباً لنصف قطر المسار الدائري وستكون قوة الشد في الخيط هي القوة الجاذبة المركزية التي تجذب الكرة نحو مركز الدائرة كما في الشكل (4-1)



شكل (4-1) القوة الجاذبة المركزية F_c والقوة الطاردة المركزية F_r

أما القوة الطاردة المركزية المساوية في المقدار للقوة الجاذبة المركزية والمعاكسة لها في الاتجاه فإنها تؤثر على يدك التي تمسك بها الخيط عند مركز الدائرة وتجذبها إلى الخارج من مركز الدائرة.

وإذا كانت كتلة الكرة (m) ونصف قطر المسار الدائري (R) والسرعة المماسية للحركة (v) فإن:

$$mv^2 / R = \text{القوة الطاردة المركزية} = \text{القوة الجاذبة المركزية}$$

$$F_f = m v^2 / r$$

عزيزي الدارس،

إن مفهوم القوة الطاردة المركزية يطبق في أجهزة تسمى أجهزة الطرد المركزي (Centrifuges). والتي تستخدم لتتقية بعض السوائل من الشوائب العالقة بها.

طريقة الاستخدام :

- يوضح السائل في أنبوب داخل الجهاز الذي يتحرك حركة دائرية بسرعة عالية في وضع أفقي. فإذا كانت كتلة جزيئات السائل أكبر من كتلة الجزيئات العالقة بالسائل فإن القوة الطاردة المركزية التي تؤثر على الجزيئات الشائبة تكون أقل من القوة على جزيئات السائل مما يؤدي لحركة الجزيئات الشائبة نحو مركز الحركة الدائرية. وعندما تتوقف الحركة الدائرية ويصبح الأنبوب في وضع رأسي تتجمع الجزيئات الشائبة فوق السائل مما يسهل فصلها عنه.
- وإذا كانت الجزيئات الشائبة أثقل من جزيئات السائل في حالة سائل منخفض الكثافة فإن الشوائب تتحرك مبتعدة عن مركز الحركة الدائرية وتتجمع في قاع الأنبوب ويكون السائل النقي في قمة الأنبوب عندما تتوقف حركة جهاز الطرد المركزي.

3.2.1. حركة السيارات على المسارات الدائرية والمنعطفات:

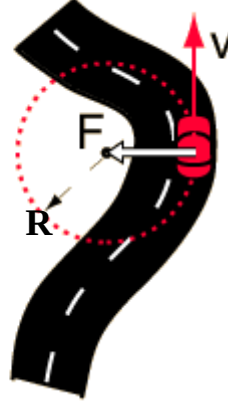
عزيزي الدارس،

إن السيارات والدراجات والقطارات (كذلك الطائرات) التي تسير في الطرق الدائرية والمنعطفات تحتاج إلى قوة جاذبة مركزية لكي تحافظ على سيرها في هذه المسارات. وعندما تتحرك السيارة مثلاً على طريق دائري أو منعطف، بسرعة منخفضة نسبياً فإن القوة الجاذبة المركزية يمكن أن تستمد من قوة الاحتكاك بين الإطارات وأرضية الطريق.

أما إذا كانت السرعة كبيرة وكانت قوة الاحتكاك صغيرة كما هو الحال في الطريق الملساء أو المبتلة فإننا نلاحظ أن السيارة تنحرف خارجة عن المسار الدائري وقد لا تستطيع الحركة فيه مما يسبب حوادث المرور.

وفي هذه الحالة يتوقع أن تكون القوة الجاذبة المركزية كبيرة لأنها تتناسب طردياً مع مربع السرعة، ولا تكفي قوة الاحتكاك وحدها لتحفظ السيارة في مسارها الدائري. ولذلك ترصف طرق المرور السريع في المنحنيات بحيث تميل على المستوى الأفقي بزاوية مناسبة ويكون الميلان نحو مركز الانعطاف لتوفير القوة الجاذبة المركزية اللازمة لجعل السيارة مستقرة في

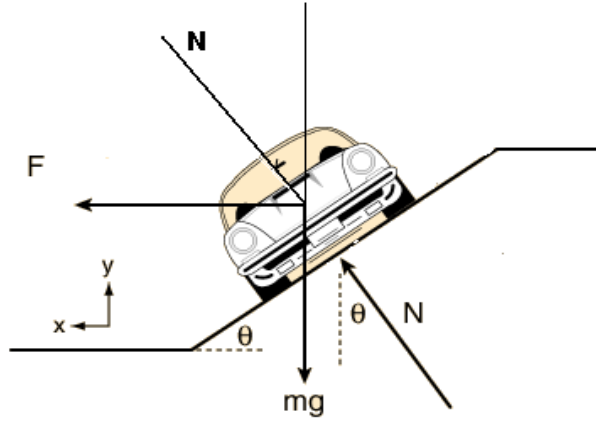
مسارها الدائري (أنظر الشكل).



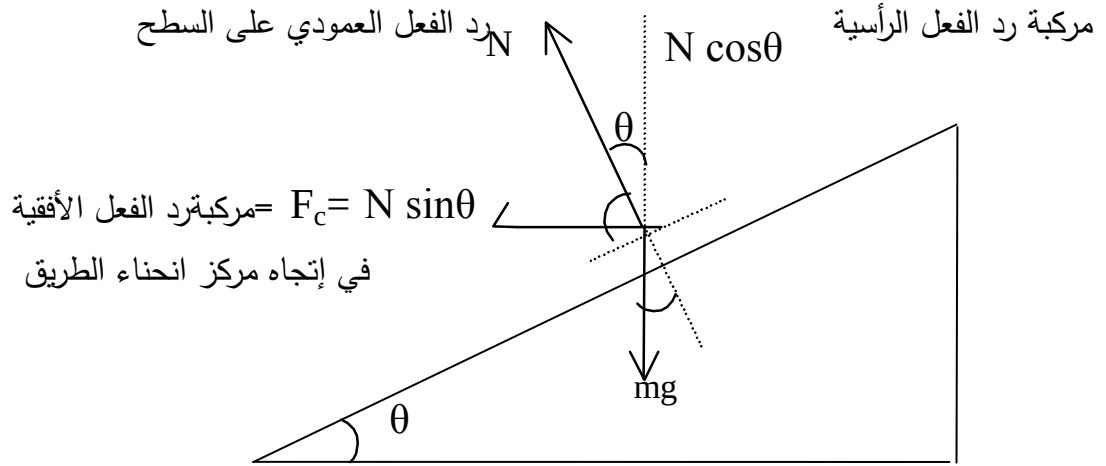
العلاقة بين زاوية ميل الطريق وبين أعلى سرعة:

لتوضيح العلاقة بين زاوية ميل الطريق وبين أعلى سرعة يمكن أن تتحرك بها سيارة و حتى تكون مستقرة على الطريق سوف نستخدم الشكل (5-1). حيث يوضح الشكل (أ) القوى المؤثرة على السيارة عند سيرها في الطريق المائل بزاوية θ حيث يولد وجود الميلان تلقائياً قوة الجذب المركزي F وهذه القوة ماكانت ستكون موجودة لولا الميلان.

عزيزي الدارس، من الشكل (5-1) (ب) يمكن إيجاد قوة الجذب المركزية المتولدة من الميلان. فإذا تجاهلنا قوة الاحتكاك بين السيارة وأرضية الطريق فإن القوة التي يؤثر بها الطريق على السيارة هي قوة رد الفعل العمودي N التي تميل بزاوية θ على الاتجاه الرأسي أي بنفس ميلان الطريق، وقوة وزن السيارة هي mg في الاتجاه الرأسي إلى أسفل (أنظر الشكل 5-1) (أ)



الشكل (5-1) (أ) القوى المؤثرة على سيارة في طريق مائل



الشكل (5-1)(ب): حساب القوى المؤثرة على السيارة

المركبة الأفقية لرد الفعل في الإتجاه الأفقي هي في نفس إتجاه قوة الجذب المركزية المطلوبة لكي تسير في مسار دائري وهذه القوة الجاذبة المركزية الناتجة من ميل الطريق تساوي:

$$F_c = N \sin \theta \quad (i)$$

أما وزن الجسم فيساوي بالضبط مركبة رد الفعل في الإتجاه الرأسية

$$mg = N \cos(\theta) \quad (ii)$$

بقسمة المعادلة (i) على المعادلة (ii) نحصل على

$$F_c = mg \tan \theta \quad (1-16)$$

حيث m هو كتلة السيارة و g عجلة الجاذبية الأرضية و θ زاوية ميل الطريق. فإذا كان نصف إنحناء الطريق R وباستخدام المعادلة (13-1) نجد أن:

$$F_c = m \frac{v^2}{R} = mg \tan \theta$$

أو:

$$v^2 = Rg \tan \theta$$

$$v_m = \sqrt{Rg \tan \theta}$$

(17-1)

حيث v_m هي أقصى سرعة يمكن أن تتحرك بها السيارة باستقرار على الطريق المنحني الذي نصف قطره انحنائه R وزاوية ميله مع الأفق هي θ .

فإذا تجاوزت السيارة هذه السرعة:

- تكون غير مستقرة في مسارها،
- وتتكرر حوادث السير عند المنعطفات والدورات (الصواني) لأن سائقي المركبات لا يلتزمون بالسرعة المناسبة عند التغير الحاد في الاتجاه ومن الضروري أن يخفض سائق المركبة سرعتها عند عبوره لطريق منحني (منعطف).

يلجأ مهندسو الطرق أحياناً لبناء ما نسميه صواني حركة (وما يسميه بقية العرب دورات) نصف قطر انحنائها كبير نسبياً مما يقلل من قيمة القوة الجاذبة المركزية المطلوبة للسير في المنحني لأنها تتناسب عكسياً مع نصف قطر المنحني. وما ذكرناه سابقاً بالنسبة لحركة السيارات على المسارات الدائرية ينطبق على الطائرات. فالطائرات تسير على مسار منحني عندما يريد قائد الطائرة تغيير اتجاه الطيران، ولتوفير القوة الجاذبة المركزية اللازمة لذلك تميل الطائرة تلقائياً بزاوية مناسبة على المستوى الأفقي عريزي الدارس،

- في حالة الطيران العادي للطائرة، فإن قوة دفع الهواء (F) تؤثر على جناحي الطائرة في اتجاه رأسي إلى أعلى
- أما عند الطيران في مسار دائري تميل الطائرة بزاوية θ نحو مركز المسار الدائري لتوفير القوة الجاذبة المركزية اللازمة لحفظ توازن الطائرة في المسار الدائري.

القوة الجاذبة المركزية للطائرة في هذه الحالة تعطي بالعلاقة:

$$F_c = F \sin \theta \quad (1-18)$$

حيث: F هي قوة دفع الهواء للطائرة و θ هي زاوية ميلان الطائرة.



وإذا كانت الطائرة تتحرك بسرعة عالية أو إذا كان نصف قطر المسار الدائري صغير فإن الطائرة لابد أن تميل تلقائيا بزاوية كبيرة لكي تتوفر قوة جاذبة مركزية كبيرة. وبالنسبة للدراجات الهوائية (العادية) أو النارية (المواتر) نلاحظ أن الدراجة وراكبها يميلان تلقائيا بزاوية مناسبة عندما يسير في طريق منحنى (نشاهد ذلك كثيرا في التلفزيون عند عرض سباق الدراجات النارية). والمثال التالي يوضح ذلك.

◀ مثال (5-1)

صبي كتلته (49 kg)، يركب دراجة كتلتها (10kg) ويسير في طريق منحنى نصف قطر إنحنائه (12m) بسرعة (10m/s) ما الزاوية التي يجب أن تميل بها الدراجة في إتجاه مركز الانحناء؟ وكم تكون القوة الجاذبة المركزية ؟ (خذ $g=10\text{m/s}^2$)

الحل

نستخدم المعادلة (1-17) لإيجاد زاوية ميل الدراجة:

$$v = \sqrt{Rg \tan \theta}$$

و بما أن: السرعة $v = 10 \text{ ms}^{-1}$ و $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ و θ هي زاوية ميل الدراجة في اتجاه مركز الانحناء، و $R = 12 \text{ m}$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg}$$

$$v^2 = Rg \tan \theta$$

$$\tan \theta = \frac{10^2}{12 \times 10} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6} = 0.8333$$

ولإيجاد القوة الجاذبية المركزية نستخدم المعادلة (1-16)

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.8333)$$

$$F_c = mg \tan \theta$$

حيث كتلة الصبي والدراجة

$$m = 50 \text{ Kg}$$

$$F_c = 59 \times 10 \times (5/6) = 491.6 \text{ N}$$

الخلاصة

ولكن ما الذي ناقشناه ؟

لقد تعرفنا علي مفهوم الحركة الدائرية حيث إنها حركة انتقالية في مسار دائري أو على محيط دائرة. ثم شرحنا الإزاحة الزاوية للحركة الدائرية والتي تنتج عن حركة نصف القطر مكونا زاوية مركزية. أما الإزاحة الخطية فهي تساوي طول القوس. ثم انتقلنا إلى مفهوم الإزاحة المماسية.

وأیضا شرحنا التسارع المركزي مع توضيح مفهوم القوة التي تحفظ الجسم المتحرك حركة دائرية من السقوط نحو المركز. وهناك أيضا تطبيقات للحركة الدائرية والمنعطفات. ومع نهاية هذا القسم نكون قد انهينا هذه الوحدة، ونأمل أن تكون قد أضافت الكثير إلى معلوماتك الثرة وان تسعد بالوحدة القادمة.

لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية التالية

عزيزي الدارس، بعد أن فرغت من دراسة هذه الوحدة الآن، أصبح لديك حصيلة كبيرة من المعلومات المفيدة فيما يتعلق بالحركة الدائرية، والقوة التي تؤثر علي الجسم المتحرك في مسار دائري بصفة عامة.

و الآن سوف نتعرف على وحدة أخرى والتي ستزودك بمفاهيم أساسية تتعلق بالطاقة و التي هي المقدرة علي بذل شغل معين , ثم الشغل و الطاقة الحركية والوضعية وأيضا الطاقة في المجال الثقالي والتي هي الشغل المبذول ضد مجال الجاذبية الأرضية ثم نتعرف علي قوانين كبلر لحركة الكواكب حول الشمس وأيضا نتناول الأقمار الاصطناعية والسفن الفضائية نرجو إن تكون وحدة مفيدة لك وان تساهم معنا في نقدها وتقييمها.

مسرد المصطلحات:

الحركة الدائرية (Circular Motion) :

هي حركة انتقالية في مسار دائري أو على محيط دائرة. ويتغير اتجاه الحركة الدائرية باستمرار مع مرور الزمن

الإزاحة الزاوية للحركة الدائرية: (Angular Displacement)

هي الزاوية مركزية التي تصنعها حركة نصف القطر r

الإزاحة الخطية (Linear Displacement):

فهي تساوي طول القوس (AB) وسوف نرمز لها بالرمز (s) وتقاس بوحدة المتر

الزاوية النصف قطرية (Radian):

نرمز لها بالرمز rad هي وحدة مستخدمة لقياس الزوايا في نظام التقدير الدائري.

السرعة الزاوية المتوسطة (Mean angular Velocity)

هي النسبة بين الإزاحة الزاوية والزمن الذي تتم فيه الإزاحة ويرمز لها بالرمز ω

التسارع الزاوي (Angular Acceleration):

الحركة الدائرية التي تتغير فيها السرعة الزاوية بمرور الزمن مثل حركة عجلات السيارات والماكينات في المصانع والمروحة عند بداية تشغيلها أو عند إيقافها تتغير سرعة الحركة الدائرية بالزيادة أو النقصان تسمى الحركة في هذه الحالة الحركة الدائرية المعجلة (المتسارعة أو المتباطئة) .

التسارع الزاوي المتوسط (mean Acceleration):

معدل تغيير السرعة لجسم يتحرك حركه دائرية معجلة عندما تتغير سرعة الجسم الزاوية من ω_0

(ω_0) (تتعلق أوميغا الابتدائية) إلى ω خلال زمن t يعطي بالعلاقة

التردد (Frequency) :

يعرف بأنه عدد الدورات الكاملة التي يدورها الجسم المتحرك حركة دائرية في الثانية الواحدة

وحداته هي دورة لكل ثانية وتسمى الهيرتز (Hertz)

$$\begin{aligned} & \text{(3). السرعة المماسية} = 12.56 \text{ m/s} , \\ & \text{لتسارع المركزي} = 315.5 \text{ m/s}^2 = a_c \\ & \text{القوة الجاذبية المركزية} = 63.1 \text{ N} = F_c \end{aligned}$$

تدريب (5)

(1). القوة الجاذبة المركزية $F_c = 2885.75 \text{ N}$ ، السرعة 90 km/hr التي تعادل 25 m/s

غير مناسبة لهذا الطريق لأن السرعة القصوى المسموح بها تساوي 13.59 m/s

(2). زاوية ميل الطريق علي الأفق $= 23^\circ$

(3) الإجابة: $a_c = 0.034 \text{ m/s}^2$

(4) $\alpha = \text{rad/s}^2$ $a_t = 0.76 \text{ m/s}^2$ $v = 45.2 \text{ m/s}$

(5) سرعة السيارة في الثانية 3.18 دورة / ثانية

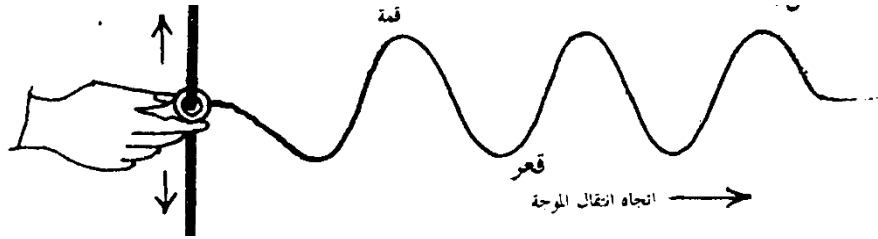
السرعة بالزاوية النصف قطرية 20 rad/s

أصناف الحركة الموجية الميكانيكية

ان الذي يحدد صنف الموجة هو نمط الحالة الحركية لجسيمات الوسط واهم هذه الأنماط حركتان هما:

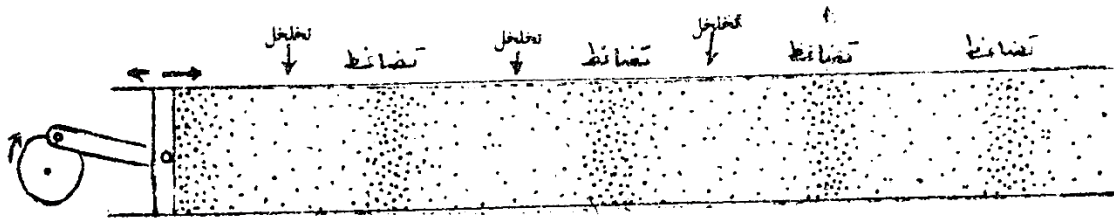
١. الحركة الموجية المستعرضة:

تهتز جسيمات الوسط في هذا الصنف باتجاه عمودي على اتجاه انتقال الموجة مثل الموجات عبر الوتار المهتزة حيث ان مرور الموجة في الحبل المشدود افقياً يؤدي الى اهتزاز جزيئات الحبل الى الأعلى والى الأسفل كما موضح بالشكل ادناه:

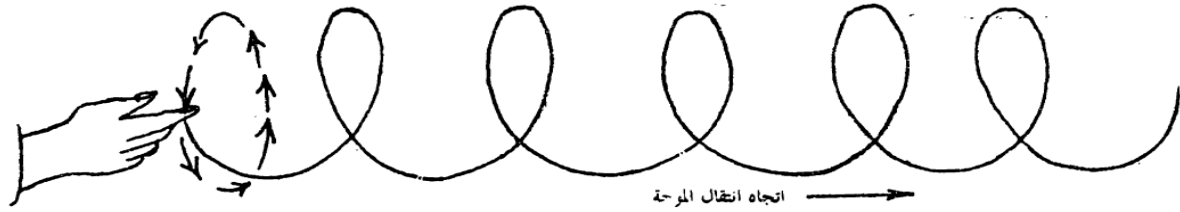


٢. الحركة الموجية الطولية:

في هذا الصنف تهتز جسيمات الوسط باتجاه موازي لاتجاه انتقال الموجة مثل الموجات الصوتية في الهواء حيث ان مرور الموجة الصوتية يؤدي الى اهتزاز جسيمات الوسط الى الامام والى الخلف بحركة ذهاب واياب على طول خط انتقال الموجة كذلك في النابض الحلزوني وكما في الشكل ادناه:



وفي الحقيقة لا يمكن اعتبار كل الموجات الميكانيكية على انها طولية او مستعرضة، فمثلا في الموجات المستقطبة دائرياً في الحبل كما في الشكل التالي:



لا تكون حركة جميع جزيئاته مستعرضة تماماً بل ان بعضها يتحرك طولياً وكذلك في الموجات على سطح الماء لا تكون حركة الجزيئات عمودية على سطح الماء بل ان مسار كل جزيء يكون على شكل مسار بيضوي، أي اذا توخينا الدقة تماماً نلاحظ ان جزيئات الماء تتحرك الى الأعلى والى الأسفل كما تتحرك الى الامام والى الخلف وهي ترسم مسارات بيضوية الشكل يكون محورها الرئيسي عمودياً على سطح الماء.

كما ان هناك طريقة اخرى لتصنيف الموجات الميكانيكية تبعاً لعدد الابعاد التي تنتقل فيها الموجة فمثلاً هناك :

أ- الموجات في بعد واحد : وهي تلك التي تتقدم باتجاه واحد اي على امتداد محور واحد كالموجات المنتقلة على طول حبل مشدود او نابض حلزوني او قضيب معدني او عمود هواء .

ب- الموجات في بعدين : وهي تلك التي تتقدم على امتداد سطح مستويين بمحورين فقط كالموجات على سطح السوائل او في الاغشية الرقيقة ذات البعدين

ج- الموجات في ثلاثة ابعاد : وهي تلك التي تتقدم في كل الاتجاهات ويمكن وصفها بدلالة ثلاثة محاور متعامدة كالموجات الصوتية في الهواء والموجات الزلزالية في الكرة الارضية والموجات التضاغية في مياه البحار والمحيطات .

وبلاحظ في بعض من هذه الاصناف انه يتضمن خليطاً من الموجات الطولية والمستعرضة .

وهناك طرق اخرى لتصنيف الموجات الميكانيكية تبعاً لاطوالها الموجية او تردداتها او سعاتها الخ .

مميزات الحركة الموجية الميكانيكية

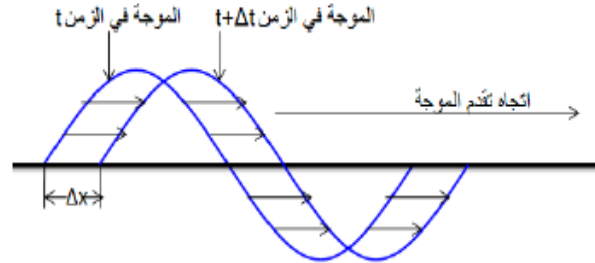
تتميز الحركة الموجية بجميع اصنافها بما يلي :

- أ- هي شكل من الاضطراب في وسط مادي (صلب ، سائل ، غاز) مرن يولده نمط من الحركة الدورية في جسيمات ذلك الوسط يسببها جسم متحرك يدعى بالمصدر.
- ب- شكل الاضطراب الذي يمثل شكل الموجة هو الذي ينتقل من نقطة الى اخرى خلال الوسط بينما جسيمات ذلك الوسط لا تنتقل بل تنذبذب بحركة اهتزازية حول مواضع توازنها مماثلة لحركة المصدر.
- ج- سرعة انتقال الاضطراب (الموجة) في وسط ما هي مقدار ثابت يعتمد على خواصه المرونة والقصور الذاتي لذلك الوسط . ما لم يكن ذلك الوسط مشتتاً (dispersive medium) ، ويتغير مع تغير الوسط .
- د- سرعة انتقال الاضطراب (الموجة) يختلف عن سرعة حركة جسيمات الوسط الناقل للموجة .
- هـ- لا تتحرك جسيمات الوسط الناقل للموجة بطور واحد بل يغير طور الحركة بانتظام من جسيم الى اخر كلما ابتعدنا عن المصدر . فالجسيم الاقرب الى المصدر يبدأ بالحركة الاهتزازية قبل الجسيم الا بعد عنه وهكذا ..

التمثيل الرياضي للموجة

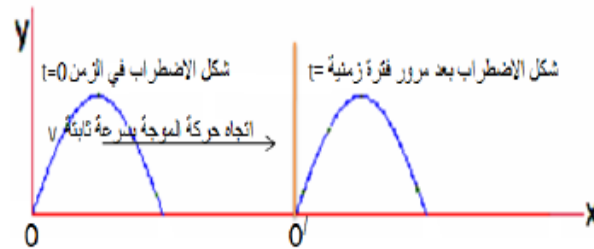
إن التعبير عن الحركة الموجية بصيغة رياضية يعني البحث عن الدالة التي تصف الموجة في أي موقع وزمن. ومثل هذه الدالة تدعى بـ (دالة الموجة). وهذه الدالة يمكن إيجادها على أساس حقيقتين هما

١. أن الموجة تتقدم بسرعة ثابتة (يرمز لها بالحرف v).
٢. أن شكل الموجة يبقى ثابتاً ولا يتغير أثناء التقدم ما لم يكن الوسط مشتتاً والشكل () يبين شكلاً من الاضطراب يتقدم بالاتجاه الموجب على المحور السيني x ، الشكل () يبين أن الموجة تتقدم بسرعة ثابتة ولا يتغير شكلها أثناء التقدم. يلاحظ من هذا الشكل أن كل النقاط على الموجة في الزمن t قد تقدمت بنفس الاتجاه بمسافة واحدة Δx خلال نفس الفترة الزمنية Δt .



الشكل () يبين أن الموجة تتقدم بسرعة ثابتة ولا يتغير شكلها أثناء التقدم.

مما يشير إلى أن الموجة قد تقدمت دون أن يرافقها تشوه في الشكل وان سرعة تقدمها تساوي $v = \Delta x / \Delta t$ وهذه السرعة تكون ثابتة في الوسط الواحد. وللسهولة سنقتصر فيما يلي على تقديم وصف رياضي للحركة الموجية في بعد واحد. لنفرض أن لدينا سلكاً مرناً طويلاً جداً ومشدوداً أفقياً، ونفرض أنه كان في البداية ساكناً. نختار المحورين المتعامدين y, x وننتصور أن السلك واقع على امتداد المحور الأفقي x . ونقطة الأصل في الموضع o نفرض الآن أن السلك قد أعطي هزة خفيفة وسريعة في نقطة تقع على يسار نقطة الأصل، فيتشكل اضطراب يتقدم بسرعة ثابتة نحو اليمين ولا يتغير شكله أثناء التقدم. فإذا أخذت صورة سريعة للاضطراب أثناء مروره فإن السلك يبدو مشوهاً موضعياً على شكل منحنى. هذا المنحنى يشير إلى المظهر الجانبي للاضطراب الذي يمثل موجة مستعرضة كما مبين في الشكل (-).



الشكل () يبين الاضطراب المتقدم على السلك. أن شكل الاضطراب يبقى ثابتاً ويتحرك بسرعة ثابتة v .

ويمكن اخذ قيمة الازاحة المستعرضة y في نقطة x على امتداد السلك كمقياس للاضطراب (الموجة) في تلك النقطة في الزمن t لنفرض اننا بدأنا رصد الاضطراب المتقدم في الزمن ($t=0$) يمكن وصفه من خلال دالة الموجة.

$$y = f(x) \dots\dots\dots *$$

حيث x مقاسة بالنسبة لنقطة الأصل الثابتة o ولما كان الاضطراب يتقدم في الاتجاه الموجب دون ان يتغير شكله وبسرعة ثابتة c فان دالة الموجة تصبح بعد مرور زمن t كالآتي:

$$y = f(x - ct) \dots\dots\dots **$$

حيث x' مقاسة بالنسبة لنقطة الأصل المتحركة O' وان O تقع بالنسبة لشكل للاضطراب في الزمن t كما تقع O بالنسبة لشكل الاضطراب في بداية الرصد ($t=0$) ان المعادلتين أعلاه (*) و(**) تصفان شكل نفس الاضطراب في زمنين و موقعين مختلفين.

من الواضح انه ليس من المناسب وصف شكل الاضطراب المتحرك بالنسبة لنقطتين للأصل أحدهما ثابتة O والأخرى مرافقة للاضطراب المتحرك O' لذلك يفضل وصف شكل الاضطراب في أي موقع x وزمن t بالنسبة لنقطة الأصل الثابتة O لهذا الغرض يجب اجراء تحويل لنقطة الأصل من O' الى O .

من الشكل التالي نلاحظ ان المسافة بين O' و O تساوي ct وان أي نقطة مثل p على الشكل الموجي في الزمن t يمكن تحديد موقعها على المحور السيني بالنسبة لنقطة الأصل الثابتة O من المعادلة:

$$x = (ct + x')$$

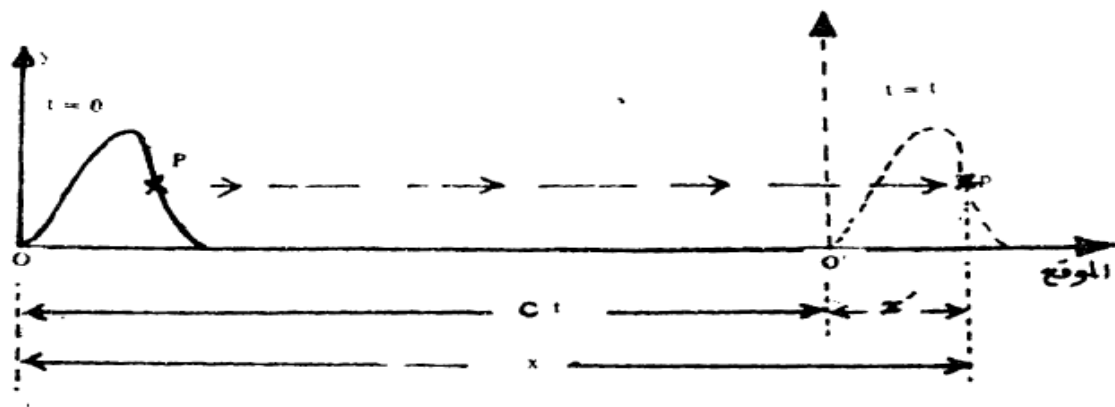
$$\therefore x' = (x - ct)$$

نعوض في معادلة (*) فتصبح دالة الموجة كالتالي:

$$y = f(x - ct) \text{***}$$

هذه الدالة ذات أهمية خاصة في موضوع الحركة الموجية انها تعرف تماماً أي موجة مستعرضة ثابتة الشكل تتحرك بسرعة منتظمة c في الاتجاه الموجب على امتداد المحور السيني وب نفس الطريقة يمكن إيجاد دالة الموجة المستعرضة المتحركة بسرعة منتظمة c في الاتجاه السالب على امتداد المحور السيني وهي

$$y = f(x + ct) \text{****}$$



الشكل () يبين كيف تربط نقطة الأصل المتحركة O مع نقطة الأصل الثابتة O'

المعادلة العامة للحركة الموجية:

هما دالتين لمتغيرين ولإيجاد y يجب ان نعرف قيمة المتغيرين t, x (وطبعاً يجب ان نعرف ايضاً شكل الموجة التي تحدده الدالة وسرعة انتقالها c لكنهما ثابتان). و فيزيائياً هذا يعني انه يمكن تحديد الاضطراب (الازاحة) y في نقطة على السلك اذا علمنا موقع تلك النقطة x والزمن t الذي نرغب فيه تحديد الاضطراب.

ان المعادلتين $(***)$ و $(****)$ تصفان نفس الشكل الموجي المتحرك في اتجاهين متعاكسين لذا فان أي من المعادلتين لا تقدم وصفاً كاملاً للحركة الموجية، لذلك ينبغي البحث عن معادلة واحدة تعطي وصفاً عاماً كاملاً للحركة الموجية بغض النظر عن شكل الموجة واتجاه انتقالها.

وبالرجوع للمعادلة $(***)$ وهي $y = f(x - ct)$ نفرض ان:

$$z = x - ct \dots\dots\dots (1)$$

$$y = f(x - ct) = f(z) \quad \text{نحصل على}$$

نفاضل y بالنسبة للزمن t فينتج

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{dz} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}$$

(حيث يشير الرمز ∂ للتفاضل الجزئي والرمز d للتفاضل الكلي)

ان $\frac{df}{dz}$ تشير الى مشتقة f بالنسبة لكل المقدار $(x-ct)$ لكن من معادلة (1) نجد ان:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -c$$

$$\therefore \frac{\partial y}{\partial t} = -c \frac{df}{dz} \dots\dots\dots (2)$$

وبالمثل نفاضل y بالنسبة لـ x فينتج:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dz} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 1 \quad \text{لكن من معادلة (1) نجد ان}$$

لذلك فإن:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dz} \dots\dots\dots (3)$$

نعوض قيمة $\frac{df}{dz}$ معادلة (3) والتي تساوي $\frac{\partial y}{\partial x}$ في معادلة (2) نحصل على:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -c \frac{\partial y}{\partial x} \dots\dots\dots (4)$$

الآن نكرر نفس العملية لكن نبدأ من المعادلة (****) وهي $y = f(x + ct)$ نفرض ان:

$$w = x + ct \dots\dots\dots (1^*)$$

$$y = f(x + ct) = f(w) \quad \text{نحصل على}$$

نفاضل y بالنسبة للزمن t فينتج

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{dw} \cdot \frac{\partial w}{\partial t}$$

لكن من معادلة (1*) نجد ان:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = +c$$

$$\therefore \frac{\partial y}{\partial t} = +c \frac{df}{dw} \dots\dots\dots (2^*)$$

وبالمثل نفاضل y بالنسبة لـ x فينتج:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dw} \cdot \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 1 \quad \text{لكن من معادلة (1*) نجد ان}$$

لذلك فإن:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dw} \dots\dots\dots (3^*)$$

نعوض قيمة $\frac{df}{dw}$ معادلة (3*) والتي تساوي $\frac{\partial y}{\partial x}$ في معادلة (2*) نحصل على:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = +c \frac{\partial y}{\partial x} \dots\dots\dots (4^*)$$

وبمقارنة معادلة (4*) مع معادلة (4) نجد انهما متشابهتان ولكنهما غير متطابقتين بسبب اختلاف الإشارة الناتج من اختلاف اتجاه انتقال الموجة في المعادلتين (***) و (****) والان نحاول التخلص من اختلاف الإشارة.

نفاضل المعادلة (2) مرة ثانية بالنسبة للزمن t فينتج:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -c \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{df}{dz} \right)$$

نضرب المعادلة أعلاه في $\frac{dz}{dz}$ ونعيد ترتيبها نحصل:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -c \frac{d}{dz} \left(\frac{df}{dz} \right) \frac{\partial z}{\partial t}$$

نقوم بتبسيط هذه المعادلة حيث ان:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{df}{dz} \right) = \frac{d^2 f}{dz^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = -c$$

تصبح المعادلة:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{d^2 f}{dz^2} \dots \dots \dots (5)$$

وبالمثل نفاضل المعادلة (3*) مرة ثانية بالنسبة لـ x فينتج:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{df}{dw} \right)$$

نضرب المعادلة أعلاه في $\frac{dw}{dw}$ ونعيد ترتيبها نحصل:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d}{dw} \left(\frac{df}{dw} \right) \frac{\partial w}{\partial x}$$

نقوم بتبسيط هذه المعادلة حيث ان:

$$\frac{d}{dw} \left(\frac{df}{dw} \right) = \frac{d^2 f}{dw^2}, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 1$$

تصبح المعادلة:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{dw^2} \dots \dots \dots (5^*)$$

ومن معادلة (3) و(3*) حيث ان $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dz} = \frac{df}{dw}$ ذلك يعني ان: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{dz^2} = \frac{d^2 f}{dw^2}$

∴ من معادلة (5*) نعوض قيمة $\frac{d^2 f}{dw^2}$ في معادلة (5) نحصل على: -

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \dots \dots \dots (6)$$

وهذه هي المعادلة العامة للحركة الموجية في بعد واحد وان C يمثل سرعة انتقال الموجة ويعتمد على خواص الوسط. انها معادلة تفاضلية جزئية من الرتبة الثانية وتكمن أهمية هذه المعادلة بالنسبة للموجات الخاضعة لها انها مستقلة تماماً عن شكل الموجة واتجاه انتقالها.

فيزياء الصوت و الحركة الموجية

المرحلة الثانية علوم – فيزياء

الصوت

الصوت هو اهتزاز مادي يشكل سلسلة من التضاضعات و التخلخلات المتتالية و التي تنتقل في الأوساط المادية كالهواء و عند وصولها الأذن تتحسس بها و التي يتراوح مقدارها بين $(20 - 20000) \text{ Hz}$ التي يقابلها تغيير في الضغط مقداره $(20 - 2 \times 10^{-5}) \text{ N / m}^2$.
أن الحد الأدنى لضغط الصوت يدعى بحافة السمع و أي ضغط دونه لايمكن أحساسة كصوت ، و الحد الأعلى لضغط الصوت يدعى بحافة الألم و أي ضغط أعلى منه يسبب تلفا داخليا للأذن .

شروط انبعاث الصوت

١- الجسم المهتز.

٢- الوسط الناقل.

أن مصادر الصوت حولنا كثيرة و متنوعة و غالبا ما تكون معقدة ألا أن جميع هذه المصادر هي بحقيقتها أجسام مهتزة و نتيجة لاهتزاز أي جسم يحدث تضاعط في الهواء المحيط به أثناء حركته إلى الأمام ثم يحدث تخلخل في الهواء إثناء حركه الرجوع و هكذا تنتقل الحركة الاهتزازية من الجسم المهتز إلى الهواء المحيط به مباشرة و هذه الحركة الاهتزازية في الهواء تتقدم على شكل موجات من التضاعط و التخلخل حتى تصل الأذن.

انطلاق الصوت

هو المسافة التي يقطعها الصوت خلال وحدة الزمن و يعتمد على نوع

الوسط الذي ينقله

$$C = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$$

حيث أن k يمثل معامل المرونة الحجمي للهواء و يساوي γp_0 حيث p_0 هو الضغط الجوي و γ هي النسبة بين الحراريتين النوعية للهواء تحت ضغط ثابت و حجم ثابت على التوالي و ρ يمثل كثافة الهواء.

أن انطلاق الصوت في الأجسام الصلبة اكبر من انطلاق الصوت في السوائل و يعود ذلك إلى أن معامل مرونة الأجسام الصلبة (مقاومة الصلب) اكبر من معامل مرونة السائل. و كذلك انطلاق الصوت في الأوساط السائلة اكبر من الأوساط الغازية و يعود ذلك إلى أن قابلية انضغاط السائل تكون اقل بكثير من قابلية انضغاط الغاز.

العوامل المؤثرة على سرعة الموجة الصوت في الهواء

١- تأثير تغيير درجة الحرارة على سرعة الصوت:-

كلما ارتفعت درجة الحرارة كلما زاد انطلاق فلاحظ عند زيادة درجة الحرارة درجة سيليزية واحدة فان انطلاق الصوت يزداد ب 0.61 m / sec .

٢- تأثير تغير الضغط على سرعة الصوت:-

أن سرعة تقدم الموجة في الهواء لا تتأثر إذا تغير ضغط الهواء و ذلك لان أي تغيير في ضغط كتلة معينة من الهواء يولد تغييرا مقابلا في حجم الهواء.

٣- تأثير تغير الرطوبة على سرعة الصوت:-

إذا كانت سرعة الصوت تزداد كلما قلت كثافة الوسط لذلك فان سرعة الصوت في الهواء تزداد مع زيادة رطوبته علما أن الهواء الرطب تكون كثافته اقل من كثافة الهواء الجاف.

٤- تأثير الرياح على سرعة الصوت:-

عندما تهب الرياح بنفس اتجاه تقدم موجة الصوت فان سرعة الصوت تزداد و لكن إذا كانت الرياح تهب باتجاه معاكس لاتجاه تقدم الصوت فان سرعة الصوت تقل

أما إذا كان اتجاه الرياح عمودي على اتجاه تقدم الصوت فلا يكون للرياح تأثير على سرعة الصوت.

٥- تأثير التردد و الطول الموجي على سرعة الصوت:-

أن سرعة الصوت في الهواء لا تعتمد على تردد الصوت f أو الطول الموجي λ و ذلك لان $c = f \lambda = \text{constant}$ و تكون سرعة الصوت ثابتة طالما كانت خواص الهواء ثابتة.

٦- تأثير السعة على سرعة الصوت:-

أن سرعة الصوت في الهواء لا تتوقف على السعة ما لم تكن السعة كبيره جدا ففي الأصوات الاعتيادية حيث السعة صغيرة تكون سرعة الصوت ثابتة و هي سرعته الاعتيادية في الهواء أما في حالة الأصوات الشديدة الناتجة من المدفعية أو الانفجارات حيث السعة كبيرة فان الصوت يتقدم بسرعة اكبر من سرعته الاعتيادية.

الخواص الموجية للصوت

١- انكسار الصوت

A – الموجات الصوتية تنكسر عندما تنتقل من وسط إلى آخر ناتج من اختلاف سرعة الصوت في الوسطين المختلفين.

B - مقدار الجزء المنكسر يعتمد على كثافة الوسطين و زاوية السقوط.

٢- انعكاس الصوت

A – عندما تقابل الموجات الصوتية وسطا ثابتا أكثر كثافة من الوسط الأول الذي كانت تتحرك فيه فأنها تغير اتجاهها و تنعكس إلى الوسط الأول و بنفس الوقت فأنها تعاني تغيرا في الطور.

B – شدة الموجة المنعكسة تعتمد على شدة الموجة الساقطة و زاوية السقوط و طبيعة السطح العاكس.

٣- تداخل الصوت

يحصل تداخل بناء و تداخل إتلافي و ذلك بنفس أسلوب و مفاهيم تداخل الضوء.

٤- حيود الصوت

A – أن الموجات الصوتية تنحني حول العوائق التي تعترضها .

B – ظاهرة واضحة و مألوفة من الصوت بسبب أن طول الموجة الصوتية كبيرة جدا بالمقارنة مع طول الموجة الضوئية و حيث أن مقدار الحيود حول العائق يزداد مع ازدياد الطول الموجي.

و يمكن تفسير ظاهرة الحيود على أساس قاعدة هويكنز التي تنص على أن أي نقطة في جبهة الموجة يمكن اعتبارها مصدرا جديدا لموجات ثانوية.

٥- استطارة الصوت

A – أن الموجات الصوتية تستطار في جميع الاتجاهات عندما تسقط على عوائق ذات أبعاد صغيرة بالمقارنة مع الأطوال الموجية.

B – سعة الموجات المستطارة على مسافات بعيدة من العائق تتناسب طرديا مع حجم العائق و عكسيا مع مربع الطول الموجي و على هذا الأساس فان الموجات القصيرة تكون استطارتها اكبر من الموجات الطويلة.

شدة الصوت

هي كمية الطاقة الصوتية المارة خلال وحدة المسافة في الثانية الواحدة و يجب أن تكون المساحة عمودية على خط انتشار الموجة و تقاس بوحدات ألواط / م²

عتبة السمع

هي اقل شدة للصوت المسموع و التي تقدر شدتها ب 10^{-12} W / m^2

العوامل المؤثرة على شدة الصوت في وسط معين

- ١- بعد النقطة عن المصدر (عكسيا).
- ٢- سعة الاهتزاز (طردي مع مربع سعة الاهتزاز).
- ٣- المساحة السطحية (تزداد شدة الصوت بزيادة المساحة السطحية).

درجة الصوت

هي حدة نغمة الصوت أو خاصية الصوت التي تعتمد كلياً على التردد و لا تعتمد على علو الصوت أو نوعه . فـصوت النساء و الأطفال ذو درجة عالية لان تردده عالي أما صوت الرجال فـ ذو درجة واطئه لان تردده واطئ و كذلك الوتر المشدود من طرفين و بحالة أرخاء سوف يعطي عند ضربة صوت ذو درجة واطئة لأنه يهتز بتردد قليل أما في حالة زيادة الشدة سوف نحصل على صوت ذو درجة عالية لاهتزاز في هذه الحالة بتردد عالي.

درجة الصوت

هي الخاصية التي تمكننا من التمييز بين صوتين لهما نفس العلو و درجة الصوت و لأكنهما صادرين من مصدرين مختلفين.

العلو

يتوقف العلو على شدة الصوت . و هو الإحساس الذي يتوقف على شدة الصوت المسموع حيث يعتبر العلو حالة فسلجية و ليس فيزيائية و يتوقف على السامع نفسه. و يتعذر قياسه بدقة بأي جهاز.

أن علو الصوت يعتمد على شدة الصوت و حساسية الأذن بينما شدة الصوت تعتمد على عدة عوامل أهمها:-

١- **سعة الاهتزاز** :- حيث ان شدة الصوت الناتج من مصدر صوتي تتناسب طرديا مع مربع سعة الاهتزاز.

٢- **المساحة السطحية للسطح المهتز**:- حيث أن شدة الصوت الناتج من مصدر مهتز تتناسب طرديا مع مساحة السطح المهتز.

٣- **المسافة بين المصدر و المستلم** :- حيث أن شدة الصوت تتناسب عكسيا مع مربع المسافة الفاصلة بين المصدر و نقطة الاستلام.

المحاضرة الخامسة عشر

الصوت (Sound)

٢٠ - ١ طبيعة الصوت (Nature of Sound)

الصوت هو سلسلة من التضاضعات والتخلخلات تنتقل في الأوساط المادية التي تصل الأذن وتتحسس بها ، فالموجات الصوتية التي يولدها الجسم المهتز في الهواء هي سلسلة من التغيرات في ضغط الهواء التي تسببها حركة جسيماته المهتزة عن مواضع إستقرارها فتولد الإحساس بالصوت بوساطة الأذن .
إن عدد الذبذبات التي تتحسسها الأذن البشرية في الثانية الواحدة تتراوح بين $(20 - 20000\text{Hz})$ ، وأن مقدار التغير في الضغط الذي تتحسس له الأذن كصوت يتراوح بين $(20 \times 10^{-6} - 20\text{N/m}^2)$ وبذلك لا يمكن سماع الضغط الأقل من الحد الأدنى ، في حين يسبب تلفا داخليا للأذن أي ضغط أعلى من الحد الأعلى .

٢٠ - ٢ توليد الصوت وإنتشاره (Sound Generation and Propagation)

يتطلب توليد الصوت وإنتشاره مصدرا مهتزا يولده ووسطا ماديا ينقله فالجسم المهتز ينجز شغلا على الجسيمات المجاورة له والواقعة بإتجاه حركته فيكسبها طاقة مولدا فيها تضاعطا ، وعند إنعكاس إتجاه حركة الجسم المهتز يتمدد الهواء ليشغل الفراغ الذي تركه الجسم عند عودته مولدا تخلخلا ، ونتيجة لإستمرار حركة الجسم الإهتزازية في الهواء يستمر تعاقب سلسلة من التضاضعات والتخلخلات ناقلة الطاقة الصوتية معها في ذلك الوسط حتى تصل الأذن فيسمع الصوت .
إن الصوت حركة موجية ميكانيكية طولية لذلك فإنطلاق الصوت يعتمد على طبيعة الوسط الذي ينتقل فيه ، فإنطلاقه في الجوامد يكون أكبر من إنطلاقه في السوائل ، وفي السوائل أكبر مما في الغازات ، فمثلا إنطلاق الصوت في الحديد بدرجة الصفر السيليزي يقدر بحوالي (5100m/sec) وفي الماء (1540m/sec) وفي الهواء (331.5m/sec) بالدرجة نفسها .
يعتمد إنطلاق الصوت في الأجسام الصلبة والسائلة على مرونة الوسط وكثافته وكالآتي :

$$V_{(Solid,Liquid)} = \sqrt{\frac{\text{Elasticity Modulus}}{\text{Density}}} \dots (1)$$

ففي حالة الأجسام الصلبة فإنه يستخدم معامل المرونة الطولي (Y) ، وفي حالة السوائل فإنه يستخدم معامل المرونة الحجمي (B) .

أما إنطلاق الصوت في الغازات فيتوقف على نوع الغاز ودرجة حرارته ، ففي حالة غاز مثالي وزنه الجزيئي (M) ودرجة حرارته المطلقة (T) فإن سرعة الصوت خلاله تعطى بالمعادلة الآتية :

$$V_{(Gas)} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}} \dots (2)$$

حيث أن :

γ : هي نسبة الحرارتين النوعيتين $(\frac{C_p}{C_v})$ ، وتساوي حوالي (1.67) للغازات أحادية الذرة (He ، Ne ، Ar)

، وحوالي (1.40) للغازات ثنائية الذرة (N_2 ، O_2 ، H_2) .

R : ثابت الغاز العام ويساوي (8314 J / kmol.K) .

T : درجة حرارة الغاز المطلقة (K) .

M : الوزن الجزيئي للغاز (kg / kmol) .

إن إنطلاق الصوت في الهواء يزداد بمقدار (0.65 m / s) كلما إرتفعت درجة الحرارة درجة سيليزية واحدة وكما مبين في المعادلة الآتية :

$$V_{(T)} = 331.5 + 0.61 \times T \dots (3)$$

من الجدير بالذكر أن إنطلاق الصوت يزداد في الهواء بزيادة الرطوبة في الجو لأن كثافة الهواء الرطب أقل من كثافة الهواء الجاف .

مثال : ما مقدار سرعة موجات الصوت في الماء ، إذا علمت أن معامل المرونة الحجمية للماء

يساوي ($2.2 \times 10^9 \text{ N / m}^2$) وكثافة الماء تساوي (1000 kg / m^3) ؟

الحل :

من المعادلة (١) :

$$V_{(Solid,Liquid)} = \sqrt{\frac{ElasticityModulus}{Density}} \dots (1)$$

$$\Rightarrow V_{(Liquid)} = \sqrt{\frac{BulkModulus}{Density}}$$

$$\Rightarrow V_{(Liquid)} = \sqrt{\frac{(2.2 \times 10^9)}{(1000)}}$$

$$\therefore V_{(Liquid)} = 1.5 \text{ km / s}$$

مثال : إحسب سرعة الصوت في غاز النيون عند درجة حرارة ($27^{\circ}C$) إذا علمت أن الوزن الجزيئي لغاز النيون يساوي ($20.18kg / kmol$) وثابت العام للغاز يساوي ($8314J / kmol.K$) ونسبة الحرارتين النوعيتين تساوي (1.67) ؟

الحل :

من المعادلة (٢) :

$$V_{(Gas)} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}} \dots (2)$$

$$\Rightarrow V_{(Gas)} = \sqrt{\frac{(1.67) \cdot (8314) \cdot (300)}{(20.18 \cdot 10^{-3})}}$$

$$\therefore V_{(Gas)} = 454m / s$$

مثال : يحدث إنفجار على بعد ($6km$) من شخص ما ، ما مقدار الزمن الذي ينقضي قبل أن يسمع الشخص صوت الانفجار ؟ افترض أن درجة الحرارة هي ($14^{\circ}C$) ؟

الحل :

من المعادلة (٣) :

$$V_{(T)} = 331.5 + 0.61 \cdot T \dots (3)$$

$$V_{(14)} = 331.5 + 0.61 \cdot 14$$

$$V_{(14)} = 340.04m / s$$

ومن العلاقة الآتية :

$$V = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{V}$$

$$\Rightarrow t = \frac{6000}{340.04}$$

$$\therefore t = 17.64s$$

مثال : شوكة رنانة ترددتها (284Hz) في الهواء ، إحسب الطول الموجي للنغمة التي تبعثها عند (25° C) ؟

الحل :

من المعادلة (٣) :

$$V_{(T)} = 331.5 + 0.61 \times T \dots (3)$$

$$V_{(T)} = 331.5 + 0.61 \times 2$$

$$V_{(14)} = 346.75 \text{ m/s}$$

ومن العلاقة الآتية :

$$f = \frac{V}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{346.75}{284}$$

$$\therefore \lambda = 1.22 \text{ m}$$

٢٠ - ٣ خصائص الصوت (Sound Characteristics)

تختلف الأصوات بعضها عن بعض بخصائص أساسية ثلاثة وهي (علو الصوت ، ودرجته ، ونوعه) ، ويمكن للأذن تحسسها والتمييز بين صوت وآخر ، فلشدة الصوت تأثير في الأذن تعطينا الإحساس بعلو الصوت أو خفوته ، فالأصوات التي نسمعها قد تكون عالية كقصف الرعد أو دوي المدافع وقد تكون خافتة كالههمس ، كما أن لتردد الصوت تأثيرا في الأذن يسمى بالدرجة ، فدرجة صوت المرأة أعلى من درجة صوت الرجل ، وهناك بعض الأصوات الصادرة من الآلات الموسيقية المختلفة تتمكن الأذن من تمييز نوعها حتى عند تساويهما بالتردد والشدة ، وفيما يلي شرح لهذه الخواص الثلاث :

٢٠ - ٣ - ١ علو الصوت (Loudness of Sound)

يرتبط علو الصوت بشدة الصوت ، وتعرّف شدة الصوت (Sound Intensity) عند نقطة معينة بأنها المعدّل الزمني لمقدار الطاقة الصوتية لوحدة المساحة العمودية من جبهة الموجة التي مركزها تلك النقطة ، ووحدات شدة الصوت هي (واط / م^٢) .

إن شدة الصوت في نقطة لوسط تعتمد على :

١ - بعد النقطة عن المصدر .

٢ - سعة إهتزاز المصدر وتردده .

٣ - المساحة السطحية للسطح المهتز .

٤ - كثافة وسط الإنتشار .

وفيما يلي توضيح النقاط المذكورة أعلاه :

١ - بعد النقطة عن المصدر :

تتناسب شدة الصوت في نقطة معينة تناسباً عكسياً مع مربع بعد النقطة عن مصدر الصوت لأن الموجات الصوتية تنتشر من المصدر المهتز في الاتجاهات جميعها (على فرض أن الوسط متجانس والمصدر نقطي) ، فالإنتشار يكون بشكل جبهات كروية مركزها مصدر الصوت ، لذا فإن قدرة الموجة تتوزع على مساحة أكبر كلما إبتعدت جبهة الموجة عن مصدر الصوت .

٢ - سعة إهتزاز المصدر وتردده :

إن شدة الصوت تتناسب طردياً مع مربع سعة إهتزاز مصدر الصوت وكذلك تتناسب طردياً مع مربع تردد المصدر ولجميع أنواع الموجات .

٣ - المساحة السطحية للسطح المهتز :

تردد شدة الصوت بإزدياد المساحة السطحية للجسم المهتز نتيجة لإزدياد كتلة الهواء المهتز .

٤ - كثافة وسط الإنتشار :

تزداد شدة الصوت كلما إزدادت كثافة الوسط وذلك لإزدياد مقدار الطاقة المنتقلة من المصدر إلى الوسط عند كل تذبذب .

٢٠ - ٣ - ١ - ١ مستوى شدة الصوت (Sound Intensity Level)

يزداد علو الصوت بإزدياد شدة الصوت عند ثبوت التردد ، إلا أن العلاقة بين الشدة والعلو ليست طردية وإنما علاقة لوغاريتمية ، كما أن الأذن البشرية لا تتحسس بالتساوي الأصوات ذات الترددات المختلفة حتى إن تساوت شدتها ، وتتحسس الأذن البشرية شدة صوت تقارب $(10^{-12} W / m^2)$ عندما يكون تردد الصوت $(1000 Hz)$ ولغاية $(1 W / m^2)$.

لقد أُنخذت الشدة $(10^{-12} W / m^2)$ كبداية للسمع وسميت بعتبة السمع (I_0) وقد وُضِعَ مقياس لوغاريتمي لحساب مستوى الشدة (β) لصوت ما شدته (I) كما مبين في المعادلة الآتية :

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \dots (4)$$

أما وحدة مستوى الشدة (β) فهو (البيل) وهذه الوحدة من الناحية العملية كبيرة لذا أستعملت وحدة (الديسي بيل) ويرمز لها (dB) وتساوي $(1 / 10)$ بيل .

إن مستوى شدة الصوت عند عتبة السمع (I_0) يساوي (صفرا) لأن :

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 0$$

وبما أن أعظم شدة تستطيع الأذن سماعها هي ($1W / m^2$) لذا فإن أعلى مستوى شدة يساوي ($120dB$) :

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{1}{10^{-12}} = 120dB$$

إذن يمكن تعريف مستوى شدة الصوت (β) بكونها العلاقة بين الإحساس بعلو الصوت وشدته عند تردد معين ، وأن هذه العلاقة هي علاقة لوغاريتمية وليست طردية .

مثال : صوت شدته ($3 \times 10^{-8} W / m^2$) ، إحسب مستوى شدة الصوت بوحدة الديسي بيل (dB) ؟

الحل :

من المعادلة (٤) :

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \dots (4)$$

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{3 \times 10^{-8}}{1 \times 10^{-12}}$$

$$\beta = 10 \cdot \log(3 \times 10^4)$$

$$\therefore \beta = 44.8dB$$

مثال : مقياس ضوضاء يقرأ ($85dB$) لمستوى شدة الصوت في الغرفة ، ما مقدار شدة الصوت في الغرفة ؟

من المعادلة (٤) :

الحل :

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \dots (4)$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\therefore \frac{85}{10} = \log \frac{I}{1 \times 10^{-12}}$$

$$\log^{-1} 8.5 = \frac{I}{1 \times 10^{-12}}$$

$$3.16 \times 10^8 = \frac{I}{1 \times 10^{-12}} \Rightarrow I = 3.16 \times 10^{-4} W / m^2$$

مثال : موجتان صوتيتان شدتهما $(10W / m^2)$ و $(500W / m^2)$ ، ما هو الفرق بين مستوي شدتيهما ؟

الحل :

ليكن (A) هو شدة الموجة الأولى ، و (B) هو شدة الموجة الثانية .

من المعادلة (٤) :

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \dots (4)$$

$$\beta_A = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_0} = 10(\log I_A - \log I_0)$$

$$\beta_B = 10 \cdot \log \frac{I_B}{I_0} = 10(\log I_B - \log I_0)$$

الفرق بين مستوي الشدتين :

$$\beta_B - \beta_A = 10(\log I_B - \log I_A)$$

$$\Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \left(\frac{I_B}{I_A} \right)$$

$$\Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \left(\frac{500}{10} \right)$$

$$\Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log 50 = 10 \times 1.7$$

$$\therefore \beta_B - \beta_A = 17dB$$

٢٠ - ٣ - ٢ درجة الصوت (Pitch of Sound)

هي خاصية للصوت تعتمد على تردد الموجات الواصلة للأذن فتميز الأصوات الرفيعة من الأصوات الغليظة ، فصوت المرأة مثلاً أعلى درجة من صوت الرجل لأن تردد صوت المرأة أكبر من تردد صوت الرجل ، علماً أن درجة الصوت لا تعتمد على علوه .

٢٠ - ٣ - ٣ نوع الصوت (Quality of Sound)

هي خاصية للصوت تتوقف على نوع مادة المصدر وطريقة توليد الصوت ، فتمكننا من التمييز بين صوتين متساويين بالعلو والدرجة ولكنهما صادران عن مصدرين مختلفين .

٢٠ - ٤ الموجات فوق الصوتية (Ultrasonic Waves)

موجات ميكانيكية طويلة قصيرة الطول الموجي يزيد ترددها عن ($20000Hz$) ولا تستطيع الأذن البشرية سماعها بينما يمكن سماعها من قبل بعض الحيوانات (مثل الكلاب والخيول والطيور وغيرها) وهي تنتقل في الأوساط المادية بسرعة الصوت في تلك الأوساط .

بما أن طبيعتها مماثلة لطبيعة موجات الصوت ولقصر طول موجاتها أمكن إستثمارها لتحقيق الكثير من الظواهر الموجية التي يتعذر تحقيقها بموجات الصوت ، فالموجات فوق الصوتية تنتشر بحزم ضيقة يمكن توجيهها في اتجاهات معينة وتركيز طاقتها في تلك الحزمة وبذلك تكون شدتها عالية .

٢٠ - ٤ - ١ التطبيقات العملية للموجات فوق الصوتية

(Practical Applications Of Ultrasonic Waves)

٢٠-٤-١-١ المجالات التقنية (Technical Fields)

- أ- حساب أعماق البحار .
- ب- الكشف عن أسراب الأسماك .
- ج- الكشف عن مواضع الصدوع والشقوق والفقاعات في المعادن .
- د- عمليات التعقيم والتفتيت والصل .

٢٠-٤-١-٢ المجالات الطبية (Medical Fields)

- أ- تدليك العضلات .
- ب- تدمير الخلايا السرطانية .
- ج- تحطيم الحصى في الكلى .
- د- الكشف عن وضع الجنين .
- هـ- تشخيص أمراض القلب .

٢٠ - ٥ ظاهرة دوبلر (Doppler Effect)

تتغير تردد صافرة قطار خلال مروره بالقرب من شخص ، حيث تزداد التردد في حالة إقترابه من الشخص وتقل في حالة إبتعاده عنه .

إن التغير في التردد هذا يسمى ظاهرة دوبلر (Doppler Effect) وهي تمثل التغير في التردد الذي يصل إلى أذن المستمع ويشعر به نتيجة حركة القطار .

لقد أثبتت التجارب اعتماد التردد المسموع (الذي يصل أذن السامع) على التردد الأصلي (الحقيقي) والسرعة النسبية (Relative Velocity) بين المصدر والمستمع وكذلك على الوسط الذي ينتقل خلاله الصوت أو الموجة بشكل عام .

إن ظاهرة دوبلر ليست مقصورة على الموجات الصوتية (Sound Waves) ولكنها تحصل في جميع أنواع الموجات ، ففي حالة تكون موجات مائية (Water Waves) نتيجة حركة جسم متذبذب يلاحظ أن الموجات المائية المتكونة أمام الجسم المتذبذب تكون متقاربة من بعضها وبالتالي فإن التردد يزداد أي أنه يكون أكبر من التردد الصادر عن الجسم نفسه ، وأما الموجات المتكونة خلف الجسم فتكون متباعدة عن بعضها وبذلك فإن التردد يتناقص أي أنه يكون أقل من التردد الأصلي الصادر عن الجسم المهتز .

بشكل عام إذا كان المصدر ساكناً بالنسبة للوسط (الهواء) الذي نفترض أنه ساكن باستمرار فإن التردد الحقيقي الصادر من المصدر يساوي $(f = \frac{V}{\lambda})$ ، أي أنه إذا زاد طول الموجة قلّ التردد والعكس صحيح ، حيث تمثل (V) سرعة الصوت في الهواء .

إذا لم تنعدم السرعة النسبية بين المصدر والشخص فأن هناك فرق في التردد الذي يصدر عن ذلك المصدر والتردد الذي يصل على أذن السامع ، ونحن هنا بصدد إيجاد العلاقة الرياضية بين هذين الترددين (الحقيقي والظاهري) .

سوف نحسب التردد الظاهري (الذي يصل إلى أذن السامع) في حالتين :
الحالة الأولى : إذا كان الشخص يتحرك بالنسبة للوسط فإنه :

١- إذا تحرك الشخص باتجاه المصدر وبسرعة مقدارها (V_0) بالنسبة للوسط ، فإن التردد الذي يصل إلى أذن ذلك الشخص (التردد الظاهري) يكون أكبر من التردد الحقيقي للمصدر حيث يشعر الشخص بزيادة في ذلك التردد مقداره $(\frac{V_0}{\lambda})$.

ولهذا فإن التردد الظاهري (f') الذي يصل إلى أذن السامع يصبح :

$$f' = \frac{V}{\lambda} + \frac{V_0}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}(V + V_0)$$

ولكن $f = \frac{V}{\lambda}$ ، إذن :

$$f = \frac{V}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{V}$$

وبالتعويض عن قيمة $\frac{1}{\lambda}$ في المعادلة أعلاه ينتج :

$$f' = f \left(\frac{V + V_0}{V} \right) = f \left(1 + \frac{V_0}{V} \right) \dots (5)$$

٢- أما إذا كان الشخص يبتعد عن المصدر بسرعة مقدارها (V_o) فإن التردد الذي يصل إلى أذن ذلك الشخص (التردد الظاهري) يكون أقل من التردد الحقيقي للمصدر حيث يشعر الشخص بنقصان في ذلك التردد مقداره $(\frac{V_o}{\lambda})$.

ولهذا فإن التردد الظاهري (f') الذي يصل إلى أذن السامع يصبح :

$$f' = f \left(\frac{V - V_o}{V} \right) = f \left(1 - \frac{V_o}{V} \right) \dots (6)$$

الحالة الثانية : إذا كان المصدر يتحرك بالنسبة للوسط فإنه :

١- إذا كان المصدر هو الذي يقترب من الشخص بسرعة (V_s) بالنسبة للوسط (الهواء) فإن التردد الذي يصدر عن ذلك المصدر سوف ينحصر في مسافة أقل وتساوي $(V - V_s)$ وبذلك فإن الموجات تكون متقاربة ويكون طول الموجة :

$$\lambda' = \left(\frac{V - V_s}{f} \right)$$

ولكن :

$$\lambda' = \frac{V}{f'}$$

بالتعويض عن قيمة $(\frac{V}{V'})$ في المعادلة أعلاه فإن :

$$\frac{V}{f'} = \left(\frac{V - V_s}{f} \right)$$

أي أن :

$$f' = f \left(\frac{V}{V - V_s} \right) \dots (7)$$

٢- وبالمثل إذا كان المصدر يبتعد عن الشخص بسرعة (V_s) فإن الموجات تتباعد ويصبح طول الموجة :

$$\lambda' = \left(\frac{V + V_s}{f} \right)$$

وبالتالي فإن التردد الذي يصل إلى أذن السامع يقل ويصبح :

$$f' = f \left(\frac{V}{V + V_s} \right) \dots (8)$$

والآن يمكن جمع المعادلات (٥ و ٦ و ٧ و ٨) في معادلة واحدة هي :

$$f' = f \left(\frac{V \pm V_o}{V \pm V_s} \right) \dots (9)$$

حيث تمثل الإشارتان (+ ، -) في البسط والمقام على الترتيب الحالة التي عندها يقترب الشخص والمصدر من بعضهما البعض .

أما الإشارتان (- ، +) في البسط والمقام على الترتيب فإنها تمثل الحالة التي عندها يبتعد الشخص والمصدر عن بعضهما البعض .

أما إذا كان أحدهما (الشخص أو المصدر) ساكنا فتكون سرعته صفرا ($V_o = 0$ أو $V_s = 0$).
عموما فإنه يمكن ملاحظة أن بالنسبة للحالة الأولى فإن حركة الشخص تؤدي إلى تغيير تردد الصوت المسموع ، بينما بالنسبة للحالة الثانية فإن حركة المصدر تؤدي إلى تغيير طول موجة الصوت المسموع .

مثال : إذا كانت سرعة الصوت في الهواء هي ($340m.s^{-1}$) وكان هناك مصدر لهذا يرسل

موجات ترددها ($500Hz$) . إحسب الذبذبة التي تصل إلى أذن السامع إذا كان :

- ١- الشخص والمصدر يقتربان من بعضهما بسرعة ($10m.s^{-1}$) ؟
- ٢- الشخص والمصدر يبتعدان عن بعضهما بسرعة ($10m.s^{-1}$) ؟
- ٣- يسيران في نفس الإتجاه ولكن الشخص يتبع المصدر بسرعة ($10m.s^{-1}$) والمصدر يسير بسرعة ($20m.s^{-1}$) ؟
- ٤- يسيران في نفس الإتجاه ولكن المصدر يتبع الشخص وبنفس سرعتيهما في الفقرة (٣) ؟

الحل :

١- : في حالة الشخص والمصدر يقتربان من بعضهما بسرعة ($10m.s^{-1}$) :

$$f' = f \cdot \frac{V + V_o}{V - V_s}$$

$$f' = (500) \cdot \left(\frac{340 + 10}{340 - 10} \right)$$

$$f' = \frac{(500) \cdot (350)}{(330)} \Rightarrow f' = 5303Hz$$

٢- في حالة الشخص والمصدر يبتعدان عن بعضهما بسرعة $(10m.s^{-1})$ ؟

$$f' = f \cdot \frac{V - V_o}{V + V_s}$$

$$f' = (500) \cdot \left(\frac{340 - 10}{340 + 10} \right)$$

$$f' = \frac{(500)(330)}{(350)} \Rightarrow f' = 4714Hz$$

٣- في حالة الشخص والمصدر يسيران في نفس الإتجاه ولكن الشخص يتبع المصدر بسرعة $(10m.s^{-1})$

والمصدر يسير بسرعة $(20m.s^{-1})$ ؟

$$f' = f \cdot \frac{V + V_o}{V + V_s}$$

$$f' = (500) \cdot \left(\frac{340 + 10}{340 + 20} \right)$$

$$f' = \frac{(500) \cdot (350)}{(360)} \Rightarrow f' = 4861Hz$$

٤- في حالة الشخص والمصدر يسيران في نفس الإتجاه ولكن المصدر يتبع الشخص وب نفس سرعتيهما

في الفقرة (٣) :

$$f' = f \cdot \frac{V - V_o}{V - V_s}$$

$$f' = (500) \cdot \left(\frac{340 - 10}{340 - 20} \right)$$

$$f' = \frac{(500) \cdot (330)}{(320)} \Rightarrow f' = 5156Hz$$

مثال : سيارة تتحرك بسرعة ($30m/s$) مقتربة من صفارة مصنع ترددها ($500Hz$) فإذا كانت سرعة

الصوت في الهواء هي ($340m.s^{-1}$) ، إحسب :

١ - نغمة الصوت الظاهرية للصفارة كما يسمعها السائق ؟

٢ - نغمة الصوت الظاهرية للصفارة لحالة سيارة تغادر المصنع بنفس السرعة ؟

الحل :

١ - من المعادلة الآتية :

$$f' = f \cdot \frac{V + V_o}{V - V_s}$$

$$f' = (500) \cdot \frac{(340) + (30)}{(340) - (0)} \Rightarrow f' = 544Hz$$

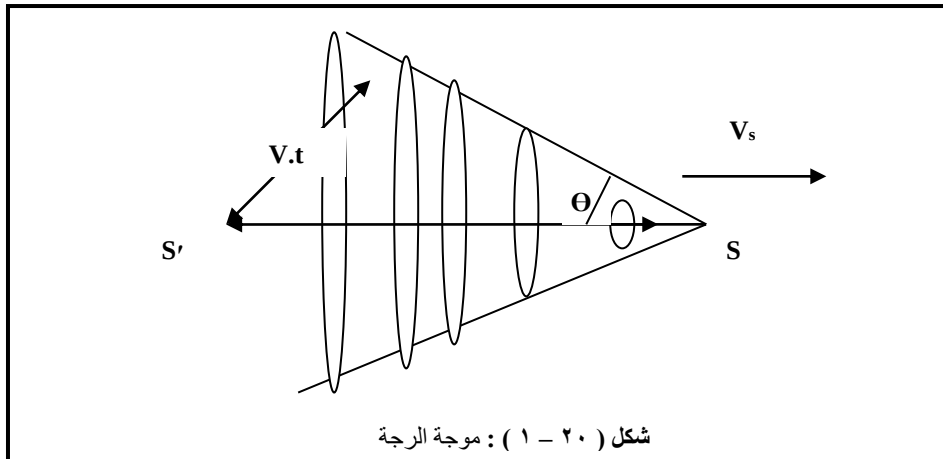
٢ - من المعادلة الآتية :

$$f' = f \cdot \frac{V - V_o}{V + V_s}$$

$$f' = (500) \cdot \frac{(340) - (30)}{(340) + (0)} \Rightarrow f' = 455Hz$$

٢٠ - موجة الرجة (الصدمة) (Shock Wave)

الجسم المتحرك في وسط ما يولد حوله موجات ضغطية تنتشر في جميع الاتجاهات كما في حركة جسم في الهواء (كالمئات) أو حتى وإن لم يكن مصدرا صوتيا (كالإطلاقات) وتتركز التضاعطات أمام الجسم ، ويتوقف تركيزها على إنطلاق الجسم وعندما يكون إنطلاق الجسم في وسط معين أقل بكثير من إنطلاق الموجة في الوسط نفسه ، فإن تغيرات الضغط تؤدي إلى تغيرات فيزيائية بسيطة في الوسط الذي يتحرك في الجسم ولكن عندما يكون إنطلاق الجسم كبيرا أو مقاربا لإنطلاق الموجة في ذلك الوسط فإن تلك التغيرات ستكون واضحة متمثلة في زيادة كثافة ودرجة حرارة الوسط ، وفي هذه الحالة تكون مقدمة الموجة مع الزمن على شكل مخروط يكون المصدر عند رأسه وكما يتضح في الشكل (٢٠ - ١) .



يمكن توضيح ذلك كالتالي : يولد المصدر المتحرك موجات كروية الشكل نصف قطرها ($V.t$) حيث (V : سرعة الصوت في الوسط) و (t : هو الزمن) ، ومع تحرك المصدر وزيادة الزمن فإن الكرات الأولى تكون أنصاف أقطارها أكبر من التي تليها وهكذا ، وبذلك فإن محيط هذه الكرات يُكوّن مخروطاً رأسه عند المصدر .

من الأمثلة على ذلك الصوت الذي تحدثه الطائرات النفاثة الأسرع من الصوت في الهواء (حيث يقال أنها اخترقت حاجز الصوت) .

إن الزاوية (θ) التي يصنعها سطح المخروط مع إتجاه حركة المصدر تعطى بالعلاقة الآتية :

$$\sin \theta = \frac{V.t}{V_s.t}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{V}{V_s}$$

وتكتب كما في المعادلة الآتية :

$$\theta = \sin^{-1} \frac{V}{V_s} \dots (10)$$

مثال : طائرة نفاثة تطير بسرعة مقدارها ($1.5V$) ، حيث أن (V) سرعة الصوت ، إحسب الزاوية التي تصنعها موجة الصدمة مع خط سير الطائرة ؟

الحل :

لحساب الزاوية التي تصنعها موجة الصدمة مع خط سير الطائرة :

من المعادلة (١٠) :

$$\theta = \sin^{-1} \frac{V}{V_s} \dots (10)$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{V}{1.5V}$$

$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1} 0.67$$

$$\therefore \theta = 42.06^\circ$$